

# Versicherungsmathematik

Von

**Dr. Friedrich Böhm**

Professor an der Universität München

## II

### Lebensversicherungsmathematik Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung

Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage



**Walter de Gruyter & Co.**

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung - J. Guttentag, Verlags-  
buchhandlung - Georg Reimer - Karl J. Trübner - Veit & Comp.

Berlin 1953

# Inhaltsverzeichnis.

## 1. Teil. Lebensversicherungsmathematik.

### I. Kapitel: Die Verzinsung eines Kapitals und die Zeitrente.

Seite

§ 1. Die terminliche Verzinsung eines Kapitals.	15
A. Die Aufzinsung	15
a) Der terminliche Aufzinsungsfaktor.	15
b) Die terminliche Aufzinsung eines Kapitals im Laufe eines Jahres.	16
c) Die terminliche Aufzinsung eines Kapitals im Laufe von $h$ Abschnitten.	17
B. Die Abzinsung oder Diskontierung	18
a) Der terminliche Abzinsungs- oder Diskontierungsfaktor.	18
b) Die terminliche Diskontierung eines Kapitals für die Dauer eines Jahres.	18
c) Die terminliche Diskontierung eines Kapitals für die Dauer von $k$ Abschnitten.	19
§ 2. Die kontinuierliche Verzinsung eines Kapitals	20
A. Die Aufzinsung	20
a) Die kontinuierliche Aufzinsung eines Kapitals im Laufe eines Jahres.	20
b) Die kontinuierliche Aufzinsung eines Kapitals im Laufe von $t$ Jahren.	21
B. Die Abzinsung oder Diskontierung	22
Tabellen a, b, c zur terminlichen und kontinuierlichen Verzinsung eines Kapitals.	22
§ 3. Die terminliche Zahlung und Verzinsung von Zeitrenten	24
a) Die Zahlungen erfolgen nachschüssig	24
b) Die Zahlungen erfolgen vorschüssig	24
c) Der Zusammenhang zwischen dem Barwert eines Kapitals und dem Barwert einer Rente.	25
d) Die inhomogene lineare Differenzgleichung für den Rentenbarwert	25
§ 4. Die kontinuierliche Zahlung und Verzinsung von Zeitrenten	26
§ 5. Die terminlich sich verändernde Zeitrente	27
§ 6. Die kontinuierlich sich verändernde Zeitrente	29





	Seite
a) Erlebensfall Versicherung	113
b) Aufgeschobene lebenslängliche Leibrente	114
c) Aufgeschobene lebenslängliche Todesfallversicherung	114
d) Abgekürzte Todesfallversicherung	114
§ 2. Die Berechnung der Prämienreserve nach $m$ Jahren	114
a) Erlebensfallversicherung	114
b) Aufgeschobene lebenslängliche Leibrente	114
c) Aufgeschobene lebenslängliche Todesfallversicherung	115
d) Abgekürzte Todesfallversicherung	115
B. Numerische Beispiele zur Hückerwür der Prämien mit Zuschlag	115
Abschnitt II. Die Hückerwür der Prämien ohne Zuschlag	117
A. Die Entwicklung der Formeln	117
§ 1. Die Berechnung des Zuschlags	117
§ 2. Die Berechnung der Prämienreserve nach $m$ Jahren	117
B. Numerische Beispiele zur Hückerwür der Prämien ohne Zuschlag	118
<b>VIII. Kapitel: Die Versicherung verbundener Leben.</b>	
§ 1. Zwei Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung	119
§ 2. Die verschiedenen Erlebenswahrscheinlichkeiten bei verbundenen Leben	124
A. Der Begriff der verbundenen Leben	124
B. Die Anwendung der beiden Sätze des § 1.	124
a) Die $m$ -jährige Erlebenswahrscheinlichkeit der geschlossenen Gruppe (Fall $m = s$ )	124
b) Die verschiedenen Erlebenswahrscheinlichkeiten innerhalb der Gruppe (allgemeiner Fall $m$ )	125
C. Beispiele: $s = 2$ und $s = 3$ .	125
§ 3. Die Intensität der stetigen Auflösung einer Gruppe und die verschiedenen Erlebens- und Sterbenswahrscheinlichkeiten innerhalb der Gruppe.	127
A. Die Auflösungsintensität einer geschlossenen Gruppe	127
B. Die Erlebenswahrscheinlichkeit einer geschlossenen Gruppe.	127
C. Sonstige Wahrscheinlichkeiten	128
§ 4. Die Berechnung des Barwertes der verschiedenen Rentenarten verbundener Leben.	129
A. Zwei verbundene Leben.	129
B. Drei verbundene Leben.	130
§ 5. Näherungsmethoden zur Darstellung der terminlichen und kontinuierlichen Verbindungsrente für zwei Personen	131
a) Terminliche nachschüssige Zahlung der Verbindungsrente.	132
b) Kontinuierliche Zahlung der Verbindungsrente	135

## II. Teil. Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung.

	Seite
Vorbemerkung	137
<b>. Kapitel: Die Aktiventafel und die Invaliden- sterbetafel.</b>	
§ 1. Die verschiedenen Wahrscheinlichkeiten	137
12. Die Gewinnung der Grundwahrscheinlichkeiten aus der Beobachtung	140
§ 3. Die Aufstellung der Aktiventafel aus den Grundwahrschein- lichkeiten.	142
§ 4. Die Invalidensterbetafel	143
a) Einfach abgestufte Tafeln	143
b) Doppelt abgestufte Tafeln	143
§ 5. Die Ableitung der Aktiventafel aus einem aus Aktiven und Invaliden gemischten Bestand	145
<b>II. Kapitel: Die Berechnung der Barwerte und An- wartschaften in der Sozialversicherung.</b>	
1. Die Aktivenrente	147
a) Gleichbleibende Aktivenrente.	147
b) Mit dem Gehalt steigende Rente.	148
§2. Die Invalidenrente.	349
§ 3. Die Anwartschaft eines Aktiven auf Invalidenrente	150
a) Auf eine gleichbleibende Rente.	150
b) Auf eine steigende Rente.	153
«) Unbeschränkte Steigerung	153
β) Beschränkte Steigerung.	153
y) Steigerung mit dem Gehalt	154
c) Eine andere Methode der Berechnung (nach Czuber II, S. 303).	155
§ 4. Die Hinterbliebenenrenten	155
a) Die Witwenrente.	155
b) Die Waisenrente.	156
§5. Die Anwartschaften auf Witwenrente.	156
a) Die selbständige Witwenversicherung (Individual- methode).	157
Die Anwartschaft eines verheirateten Invaliden	157
b) Die unselbständige Witwenversicherung (Kollektiv- methode).	158
1. Die Anwartschaft eines Invaliden auf Witwenrente	158
2. Die Anwartschaft eines Aktiven auf Witwenrente, ausgelöst durch den Tod in Aktivität	159
3. Die Anwartschaft eines Aktiven schlechthin	159

	Seite
§ 6. Die Anwartschaft auf Waisenrente . . . . .	160
a) Die selbständige Waisenversicherung . . . . .	160
Die Anwartschaft eines invaliden Vaters . . . . .	160
b) Die unselbständige Waisenversicherung . . . . .	161
1. Die Anwartschaft eines Invaliden auf Waisenrente . . . . .	161
2. Die Anwartschaft eines Aktiven auf Waisenrente, ausgelöst durch den Tod in Aktivität . . . . .	162
3. Die Anwartschaft eines Aktiven auf Waisenrente schlechthin . . . . .	162
§ 7. Einmalige Leistungen . . . . .	163
a) Die Sterbegeldversicherung . . . . .	163
b) Die Pensionsgeld- und Sterbegeldversicherung . . . . .	165
§ 8. Die Verbindung der Invalidenversicherung mit der Lebensversicherung . . . . .	167
§ 9. Beispiele zur Berechnung der Barwerte und der Anwartschaften des II. Kapitels . . . . .	169
1. Die Aktivenrente . . . . .	169
2. Die Invalidenrente . . . . .	170
a) Einfach abgestufte Invalidensterbetafel . . . . .	170
b) Doppelt abgestufte Invalidenausscheuletafel! . . . . .	171
a) Für gleichaltrige Invalide . . . . .	171
β) Für Invalide gleichen Invalidisierungsalters . . . . .	171
y) Für Invalide gleicher bisheriger Bezugsdauer . . . . .	171
3. Die Anwartschaft eines Aktiven auf Invalidenrente . . . . .	172
a) Gleichbleibende Rente . . . . .	172
b) Mit der Altrivitätsdauer steigende Rente . . . . .	172
4. Die Hinterbliebenenrenten . . . . .	172
a) Die Witwenrente . . . . .	172
b) Die Waisenrente . . . . .	173
5. Die Anwartschaften auf Hinterbliebenenrente . . . . .	174
A. Die Anwartschaft auf Witwenrente . . . . .	174
a) In der selbständigen Witwenversicherung . . . . .	174
b) In der unselbständigen Witwenversicherung . . . . .	174
B. Die Anwartschaft auf Waisenrente in der unselbständigen Waisenversicherung . . . . .	175
6. Einmalige Leistungen . . . . .	176
a) Sterbegeldversicherung . . . . .	176
b) Pensionsgeld- und Sterbegeldversicherung . . . . .	176

### III. Kapitel: Die Beitragsberechnung in der Sozialversicherung.

§ 1. Das Wesen der Durchschnittsprämie . . . . .	178
§ 2. Beitragsberechnung für die Gründungsmitglieder . . . . .	179
I. Barwert der Beiträge . . . . .	179
II. Barwert der Versicherungsleistungen . . . . .	180
a) Anwartschaften auf Invalidenrente . . . . .	180
b) Anwartschaften auf Altersrente . . . . .	180
III. Berechnung des Durchschnittsbeitrags . . . . .	181

	Seite
§ 3. Beitragsberechnung für später eintretende Mitglieder (Neuzugang)	182
§4. Beitragsberechnung bei Zwangskassen unter Berücksichtigung des allgemeinen Wachstums der Bevölkerung	182
I. Barwert der Beiträge	183
a) Barwert der Beiträge der Gründungsmitglieder	183
b) Barwert der Beiträge des Neuzugangs im 1. Jahr. • •	183
c) Barwert der Beiträge des gesamten zu erwartenden Neuzugangs.	183
II. Barwert der Versicherungsleistungen	184
a) Barwert der Versicherungsleistungen an die Gründungs- mitglieder.	184
b) Barwert der Versicherungsleistungen an den Neuzugang des I. Jahres	184
c) Barwert der Versicherungsleistungen an den gesamten Neuzugang	184
III. Berechnung des Durchschnittsbeitrags für alle Mitglieder	184
§ 5. Die Nachprüfung der Vermögenslage einer Pensionskasse	185

Anhang: Die wichtigsten Tabellen der Sozialversicherung.

Tabelle 1: Die Aktiventafel (von Dr. H. Zimmermann: Nichtzugs- personal).	187/8
Tabelle 2: Die Grundzahlen zur Berechnung des Wertes der Akti- venrente und der Prämien für die Sterbegeld- und Pensionsver- sicherung (aus der Tabelle 1 berechnet).	189/90
Tabelle 3: Die Invalidensterbetafel: Grundzahlen und Rentenwerte (von Dr. H. Bentzien: Gesamteisenbahnpersonal).	191/3
Tabelle 4: Die Grundzahlen zur Berechnung des Wertes der An- wartschaft eines Aktiven auf gleichbleibende und auf steigende In- validenrente (aus Tab. 1, 2 und 3 berechnet).	194/5
Tabelle 5: Die Frauensterbetafel (Deutsche Volkssterbetafel, weibl. Bevölkerung 1871/81): Grundzahlen zur Berechnung des Wertes der Witwenrente; Wert der Anwartschaft eines Invaliden auf Witwenrente.	196/8
Tabelle 6: Die Grundzahlen zur Berechnung der Anwartschaft eines Aktiven auf gleichbleibende und auf steigende Witwenrente (aus Tab. 1, 2, 3, 5, berechnet in der II. Denkschrift zum Angestellten- versicherungsgesetz).	199/200
Tabelle 7: Zur selbständigen Witwenversicherung: 1. Die Anwart- schaft eines verheirateten Invaliden auf Witwenrente, 2. Die An- wartschaft eines verheirateten Aktiven auf Witwenrente (aus Meyer: Beiträge zur Pensionsversicherung, Jena 1903, berechnet)	201
Tabelle 8: Die Kindersterbetafel (Deutsche Volkssterbetafel 1871 bis 1881, männliche und weibliche Bevölkerung zusammen) zur Berechnung des Wertes der Waisenrente.	202
Tabelle 9: Die Werte der Anwartschaften auf Waisenrente (aus der Reichsversicherungsordnung, Zinsfuß 3 <sup>o</sup> / <sub>10</sub> ).	203
Tabelle 10: Sterbetafel MWI 37 <sup>o</sup> / <sub>10</sub> . Diskontierte Lebende und Tote, deren Summen und Doppelsummen.	204/5