

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 902

# DYNAMIK

Von

Prof. Dr. Wilhelm Müller, München

I

Dynamik des Einzelkörpers

Mit 48 Figuren

Zweite, verbesserte Auflage



Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlags-  
buchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp.

Berlin 1952

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
Literatur . . . . .	6
Einleitung . . . . .	7
I. Mathematische und statische Grundlagen . . . . .	9
1. Kapitel. Die Gmndoperationen der Vektorrechnung . . . . .	9
1. Begriff des Vektors und seine Zerlegung . . . . .	9
2. Addition. . . . .	10
3. Skalare Multiplikation. . . . .	11
4. Vektorprodukt . . . . .	12
5. Dyadisches Produkt . . . . .	13
6. Die V-Operationen. . . . .	15
2. Kapitel. Statische Grundsätze. . . . .	16
7. Die Invarianten eines Kraftsystems. . . . .	16
8. Die absolute Invariante und die Zentralachse . . . . .	18
9. Besondere Fälle. . . . .	19
10. Parallele Kräfte und Schwerpunkt . . . . .	17
II. Bewegung des Massenmittelpunktes . . . . .	21
3. Kapitel. Kinematik des Punktes. . . . .	21
11. Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor . . . . .	21
12. Ein einfaches Beispiel. . . . .	23
13. Natürliche Zerlegung . . . . .	23
14. Polarkoordinaten bei der ebenen Bewegung . . . . .	24
4. Kapitel. Dynamische Grundsätze. . . . .	25
15. Masse und Beschleunigung. . . . .	25
16. Maßsysteme. . . . .	27
17. Arten der Kräfte. . . . .	28
18. Der Schwerpunktssatz der Bewegung . . . . .	28
19. Andere Formen der Schwerpunktsgleichung . . . . .	30
20. Arbeit und Energie. . . . .	31
21. Potential und potentielle Energie. . . . .	32
22. Der Flächen- oder Momentensatz der Bewegung . . . . .	34
23. Reduktion auf den Schwerpunkt. . . . .	35
5. Kapitel. Freie Bewegung im Kraftfeld. . . . .	37
24. Besondere Kraftfelder. . . . .	37
25. DieWurf- od. Schußbewegung ohne Luftwiderstand . . . . .	38
26. Der Flachschuß mit Luftwiderstand. . . . .	40
27. Vertikale Bewegung. . . . .	42
28. Zentralbewegung. . . . .	43
29. Besondere Fälle. . . . .	44

	Seite
30. Planetenbewegung und Keplersche Gesetze. . . . .	46
31. Attraktion einer Kugelschale. . . . .	47
32. Weitere Folgerungen aus den Newton-Keplerschen Gesetzen. . . . .	49
6. Kapitel. Gebundene Bewegung des Punktes . . . . .	50
33. Grundformeln. . . . .	50
34. Natürliches Bezugssystem. . . . .	51
35. Das Trägheitsgesetz auf der Fläche. . . . .	52
36. Berücksichtigung der Reibung. . . . .	53
37. Bewegung auf der schiefen Ebene. . . . .	53
38. Bewegung des Fadenpendels. . . . .	56
39. Schwingungsdauer des ebenen Pendels. . . . .	58
40. Allgemeine ebene Pendelschwingungen. . . . .	59
7. Kapitel. Schwingungsbewegungen. . . . .	61
41. Allgemeines. . . . .	61
42. Reibungsschwingung . . . . .	62
43. Freie gedämpfte Schwingung. . . . .	64
44. Zweidimensionale Schwingungen. . . . .	67
45. Erzwungene Schwingung. . . . .	68
III. Dynamik des Massenpunktes im bewegten Raum	71
8. Kapitel. Geschwindigkeit des starren Körpers . . . . .	71
46. Vektor der Winkelgeschwindigkeit. . . . .	71
47. Die Eulersche Formel. . . . .	72
48. Verlegung des Punktes $C$ und die Schraubenachse	72
9. Kapitel. Gesetze der Relativbewegung. . . . .	74
49. Geschwindigkeitsgesetz. . . . .	74
50. Beschleunigungsgesetz. . . . .	75
51. Ebener Fall. . . . .	76
10. Kapitel. Beispiele zur Relativbewegung. . . . .	77
52. Allgemeine Regulatorbewegung . . . . .	77
53. Spezielle Fälle. . . . .	78
54. Die $C$ -Kurve . . . . .	80
55. Relativbewegungen auf der rotierenden Erde . . . . .	81
56. Das Foucaultsche Pendel. . . . .	82
IV. Die Scheibenbewegung. . . . .	85
11. Kapitel. Ebene Kinematik. . . . .	85
57. Geschwindigkeitspol. . . . .	85
58. Geometrie der Beschleunigung . . . . .	87
59. Wendekreis. . . . .	88

	Seite
60. Wechselkreis und Beschleunigungspol . . . . .	90
12. Kapitel. Dynamik der Scheibe. . . . .	91
61. Bewegungsgleichungen und Trägheitsmoment. . . . .	91
62. Verlegung des Bezugspunktes. . . . .	92
63. Energie- und Arbeitssatz . . . . .	93
64. Zur Berechnung von Trägheitsmomenten . . . . .	95
13. Kapitel. Besondere Scheibenbewegungen. . . . .	95
65. Das physikalische Pendel. . . . .	95
66. Der ausgleitende Stab. . . . .	97
67. Rollbewegung. . . . .	100
68. Kritische Drehzahlen von Turbinenwellen . . . . .	102
69. Einfluß des Gewichts. . . . .	104
V. Allgemeine Drehbewegung des starren Körpers	106
14. Kapitel. Trägheitsdyade und Schwungvektor . . . . .	106
70. Rotationsenergie und Trägheitsdyade. . . . .	106
71. Beziehung zum Schwimmgvektor. . . . .	108
72. Weiteres Reziprozitätsgesetz für $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{w}$ . . . . .	110
15. Kapitel. Kinematik der kräftefreien Drehung . . . . .	111
73. Die Poincot-Bewegung. . . . .	111
74. Unterscheidung der Achsen. . . . .	114
75. Stabilität. . . . .	115
16. Kapitel. Die Bewegungsgleichungen. . . . .	116
76. Die Eulerschen Gleichungen. . . . .	116
77. Die Eulerschen Winkel. . . . .	117
78. Folgerungen für den kräftefreien Kreisel . . . . .	119
79. Präzession beim symmetrischen schweren Kreisel	121
80. Spezielle Fälle. . . . .	124
81. Zusammenhang nach den Gesetzen der Relativ- bewegung. . . . .	124
82. Praktische Bedeutung und Anwendung des Kreisel. . . . .	126
Sachverzeichnis. . . . .	127

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 903

# DYNAMIK

Von

Prof. Dr. Wilhelm Müller, München

II

Systeme von starren Körpern

Mit 41 Figuren

Zweite, verbesserte Auflage



Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlags-  
buchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp.

Berlin 1952

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
Literatur . . . . .	6
I. Das System und seine Kräfte . . . . .	7
1. Kapitel. Grundbegriffe. . . . .	7
1. Begriff des Systems. . . . .	7
2. Hauptformen der Kräfte. . . . .	8
3. Ansätze für die Reibung. Gleit- und Haftreibung . . . . .	9
4. Bemerkung zur Anwendung auf die Schraube . . . . .	11
5. Tragzapfenreibung . . . . .	11
6. Stützzapfenreibung. . . . .	13
7. Rollreibung. . . . .	14
8. Bohrreibung. . . . .	14
2. Kapitel. Die synthetische Methode. . . . .	15
9. Allgemeines. . . . .	15
10. Zusammenstellung einiger Fälle. . . . .	17
11. System eines Fahrzeugs mit Rädern. . . . .	18
12. Synthese des Kurbeltriebes. . . . .	21
13. Beispiel eines Systems mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	24
3. Kapitel. Systeme von starren Körpern ohne äußere Kräfte. . . . .	25
14. Planetenbewegung. . . . .	25
15. Innere Kräfte und Drehung. . . . .	26
16. Massenausgleich von mehrkurbeligen Maschinen . . . . .	27
4. Kapitel. Die inneren Kräfte eines bewegten Körpers . . . . .	30
17. Innere Kräfte und Momente eines starren Körpers . . . . .	30
18. Deformierbare Systeme ohne Biegefestigkeit . . . . .	33
19. Hängendes Seil. . . . .	34
20. Seilform infolge Fliehkraft bei der Rotation. . . . .	34
21. Stationäre Bewegung von Seilen und Treibriemen . . . . .	36
22. Seilsteifigkeit. . . . .	38
II. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten und seine Anwendung. . . . .	39
5. Kapitel. Statische Grundlagen. . . . .	39
23. Grundgleichung. . . . .	39
24. Punktsysteme. . . . .	40
25. Ein Beispiel. . . . .	41
26. Anwendung auf Hebevorrichtungen. Der Hebel. . . . .	43
27. Flaschenzug. . . . .	44
28. Der Fall eines indifferenten Gleichgewichts . . . . .	45

6. Kapitel. Das d'Alembert-Lagrangesche Prinzip der virtuellen Arbeiten . . . . .	47
29. Allgemeine Bedeutung . . . . .	47
30. Verhalten der Reaktionskräfte. . . . .	48
31. Beispiel aus der Punktdynamik . . . . .	49
32. System von starren Körpern. . . . .	49
33. Beispiele zweier durch Seil und Rolle bewegter Körper. . . . .	50
34. Aufzug und Fallmaschine. . . . .	52
35. Atwoodsche Fallmaschine mit Berücksichtigung des Seilgewichts. . . . .	53
36. Beispiel für den rheonomen Fall. . . . .	54
37. Das Energie- und Stabilitätsprinzip. . . . .	55
7. Kapitel. Reduktion von Massen und Kräften . . . . .	57
38. Masse, Kraft und Beschleunigung. . . . .	57
39. Beispiele. . . . .	58
40. Energiesatz beim Kurbeltrieb einer Dampfmaschine. . . . .	60
41. Schwungradberechnung . . . . .	62
42. Verfahren von Wittenbauer. . . . .	64
III. Unstetige Bewegungen. . . . .	65
8. Kapitel. Momentan- und Stoßvorgänge. . . . .	65
43. Allgemeine Ansätze. . . . .	65
44. Stoßgleichungen. . . . .	67
45. Der freie ebene Stoß . . . . .	68
46. Beispiel für den schiefen und zusammengesetzten Stoß. . . . .	68
9. Kapitel. Beispiele für den Dreh- und Reibungsstoß . . . . .	70
47. Stoß an einer ebenen Wand. . . . .	70
48. Stoß geführter Körper. Stoßmittelpunkt . . . . .	71
49. Wirkungsgrad eines Stoßwerkes. . . . .	72
50. Stoß zweier Drehkörper. . . . .	73
51. Fall der plötzlichen Fixierung . . . . .	74
IV. Methode der Lagrangeschen Gleichungen II. Art . . . . .	75
10. Kapitel. Umrechnung auf allgemeine Koordinaten. . . . .	75
52. Begriffsbestimmungen. . . . .	75
53. Ableitung der Grundgleichungen . . . . .	76
54. Energiesatz . . . . .	78
55. Das Hamiltonsche Prinzip. . . . .	79

	Seite
11. Kapitel. Anwendungen der Lagrangeschen Gleichungen	81
56. Kurbeltrieb. . . . .	81
57. Das Doppelpendel. . . . .	82
68. Fall kleiner Schwingungen. . . . .	83
59. Sonderfall. . . . .	84
60. Regulatorbewegung. . . . .	85
61. Regler und Maschine. . . . .	88
12. Kapitel. Ergänzungen zur Kreiseltheorie. . . . .	93
62. Der schwere Kreisel. Bewegungsgleichungen und Integrale. . . . .	90
63. Reguläre Präzession und Nutationsschwingung. . . . .	93
64. Stabilisierungskreisel. . . . .	96
65. Näherungslösung. . . . .	98
66. Kreiselwirkung ohne Dämpfung. . . . .	99
67. Die Wirkung der Dämpfung. . . . .	100
Sachverzeichnis. . . . .	102