

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 930

# ELEMENTARE UND KLASSISCHE ALGEBRA

VOM MODERNEN STANDPUNKT

DR. WOLFGANG KRULL

o. Professor an der Universität Bonn

3., erweiterte Auflage

Band I



WALTER DE GRUYTER & GO.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung • J. Guttentag,  
Verlagsbuchhandlung • Georg Reimer • Karl J. Trübner • Veit & Comp,

BERLIN 1963

# Inhalt

	Seite
Vorbemerkungen . . . . .	6
<b>Abschnitt I: Formales Rechnen</b>	
§ 1. Der Körperbegriff . . . . .	6
§ 2. Quotientenkörperbildung . . . . .	9
§ 3. Polynome in einer Unbestimmten . . . . .	13
§ 4. Unzerlegbare Polynome . . . . .	18
§ 5. Polynome in endlich vielen Unbestimmten . . . . .	20
§ 6. Symmetrische Punktionen . . . . .	22
§ 7. Restklassen, insbesondere nach Polynomen . . . . .	27
§ 8. Restklassen nach ganzen Zahlen, Körper von Primzahl- charakteristik . . . . .	29
<b>Abschnitt II: Nullstellen und Zerlegung von Polynomen</b>	
§ 9. Nullstellen. Algebraisch abgeschlossene Körper . . . . .	30
§ 10. Ableitung und mehrfache Nullstellen. Die Diskriminante . . . . .	32
§ 11. Nullstellen und Nichtnullstellen bei Polynomen in mehreren Veränderlichen . . . . .	36
f 12. Nullstellen und Unzerlegbarkeit rationalzahliger Polynome . . . . .	37
§ 13. Interpolation. Faktorzerlegung ganzzahliger Polynome . . . . .	42
§ 14. Nullstellen reeller Polynome. Der Sturmsche Satz . . . . .	44
<b>Abschnitt III: Auflösung der Gleichungen ersten bis vierten Grades</b>	
§ 15. Gleichung ersten und zweiten Grades . . . . .	50
§ 18. Quadratwurzelkörper. Konstruktion mit Zirkel und Lineal . . . . .	53
§ 17. Einheitswurzeln. Binomische Gleichungen . . . . .	59
§ 18. Gleichung dritten Grades . . . . .	63
§ 19. Trigonometrische Behandlung des „Causus irreducibilis“. . . . .	66
§ 20. Auflösung der Gleichung vierten Grades . . . . .	68
§ 21. Zwei quadratische Gleichungen in zwei Unbekannten . . . . .	70
§ 22. Geschichtliche Bemerkungen . . . . .	73
<b>Abschnitt IV: Höhere Gleichungstheorie</b>	
§ 23. Der Körpergrad . . . . .	75
§ 24. Der Gleichberechtigungssatz (Isomorphiesatz) . . . . .	80
§ 25. Der Kronecker-Steinitzsche Fundamentalsatz . . . . .	82
§ 26. Resolventen . . . . .	86
§ 27. Untersuchungen über die Auflösung der Gleichung dritten Grades . . . . .	88
§ 28. Zyklische Gleichungen und Lagrangesche Resolventen . . . . .	92
§ 29. Unzerlegbare zyklische Polynome. Die Galoissche Gruppe . . . . .	96
<b>Abschnitt V: Kreisteilungstheorie</b>	
§ 30. Grundlagen und Problemstellung . . . . .	99
§ 31. Zuordnung zwischen Gruppen und Körpern . . . . .	102
§ 32. Hauptsatz über $n(x)$ . Der Fall $p = 17$ . . . . .	107
§ 33. Anwendung und Verallgemeinerung . . . . .	111

## Abschnitt VI: Metazyklische und Radikalkörper

§ 34. Normalkörper. Satz von Abel	.113
§ 35. Metazyklische Körper und Radikalkörper	.118
§ 36. Nichtmetazyklische Körper	.123
§ 37. Ausblick auf die Galoissche Theorie	.127

## Abschnitt VII: Geordnete und reelle Körper

§ 38. Ordnungen	.130
§ 39. Archimedische Ordnungen	.137
§ 40. $a$ -maximale reelle Körper und der Fundamentalsatz der Algebra	.142

## Literatur

1. Bieberbach-Bauer, Algebra. Leipzig, Teubner 1928.
2. H. Hasse, Höhere Algebra. I. Lineare Gleichungen. Sammlung Göschel Nr. 931.
3. H. Hasse, Höhere Algebra. II. Gleichungen höheren Grades. Sammlung Göschel Nr. 932.
4. H. Hasse u. W. Klobe, Aufgabensammlung zur höheren Algebra. Sammlung Göschel Nr. 1082.
5. O. Haupt, Lehrbuch der Algebra. 2 Bde. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 2. Aufl. 1952.
6. O. Perron, Algebra. 2 Bde. Berlin, Walter de Gruyter & Co. Göschel's Lehrbücherei Bd. 8 u. 9. 3. Aufl. 1951 u. 1952.
7. B. L. van der Waerden, Moderne Algebra I. Grundlehren d. Math. Wiss. 33. Berlin, Springer, 3. Aufl. 1950.

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 933

# ELEMENTARE UND KLASSISCHE ALGEBRA

DR. WOLFGANG KRULL  
o. Professor an der Universität Bonn

II



WALTER DE GRUYTER & CO.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung • J. Guttentag,  
Verlagsbuchhandlung • Georg Reimer • Karl J. Trübner • Veit & Comp.

BERLIN 1959

# Inhalt

	Seite
Literatur . . . . .	4
Vorbemerkungen . . . . .	6
<b>Abschnitt I: Gruppentheorie, insbesondere Theorie der Abbildungsgruppen</b>	
§ 1. Mengen und Abbildungen. Gruppen . . . . .	7
§ 2. Isomorphismen und Automorphismen . . . . .	9
§ 3. Invariante Untergruppen. Isomorphiesätze . . . . .	11
§ 4. Homomorphismen von Ringen . . . . .	16
§ 5. Zyklische und Abelsche Gruppen . . . . .	19
§ 6. Metazyklische Gruppen . . . . .	22
§ 7. Permutationsgruppen . . . . .	24
§ 8. Endliche Permutationsgruppen. Die Gruppen $S_n$ und $A_n$ . . . . .	27
§ 9. Die alternierende Gruppe $A_n = \mathcal{A}_n$ . . . . .	29
§ 10. Matrizen­gruppen . . . . .	31
<b>Abschnitt II: Galois'sche Theorie. Reintranszendente Körper</b>	
§ 11. Automorphismengruppen von Mengenverbänden . . . . .	37
§ 12. Galois'sche Theorie . . . . .	41
§ 13. Metazyklische Körper . . . . .	48
§ 14. Eine Verallgemeinerung der Galois'schen Theorie . . . . .	60
§ 15. Teilbarkeitstheorie. Z.P.B.-Hinge . . . . .	51
§ 16. Endliche Körpererweiterungen. Transzendenzgrad . . . . .	55
§ 17. Automorphismengruppen reintranszendenten Körper . . . . .	67
§ 18. Einfach transzendente Körper . . . . .	59
<b>Abschnitt III. Berechnungsprobleme und Homomorphiesätze</b>	
§ 19. Berechnung mit endlich vielen Schritten . . . . .	64
§ 20. Berechnung von Galoisgruppen . . . . .	69
§ 21. Die Diskriminante. Polynome 4. Grades . . . . .	72
§ 22. Homomorphiesätze für Galoisgruppen . . . . .	75
§ 23. Endliche Körper. Galoisgruppen ganzzahliger Polynome . . . . .	79
<b>Abschnitt IV: Affine und projektive Darstellungen. Gleichungen 5. und 6. Grades</b>	
§ 24. Galoisvektoren und Galoisräume . . . . .	82
§ 25. Anwendung auf die Darstellungen $G_{a(x)}$ . . . . .	87
§ 26. Fundamentalpolynome. Problem der algebraischen Lösbarkeit. Nonnalkörper mit vorgegebener Gruppe . . . . .	90
§ 27. Projektive Darstellungen . . . . .	97
§ 28. Projektive Darstellungen 1. Grades. Die Ikosaedergleichung . . . . .	104
<b>Abschnitt V: Bizyklische Gruppen und reelle Radikalkörper</b>	
§ 29. Bizyklische Gruppen . . . . .	111
§ 30. Metazyklische Gruppen und Polynome von Primzahlgrad . . . . .	116
§ 31. Bizyklische und Kummer'sche Körper . . . . .	119
§ 32. Reelle Radikalkörper . . . . .	123
Sachverzeichnis . . . . .	131