

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 970/970a

Nichteuklidische Geometrie

Hyperbolische Geometrie der Ebene

Von

Dr. phil. Richard Baldus

ehem. ord. Professor der Mathematik
an der Technischen Hochschule München

Vierte Auflage

Bearbeitet und ergänzt von

Dr. rer. nat. Frank Löbell

em. ord. Professor der Geometrie
an der Technischen Hochschule München

Mit 75 Figuren im Text



WALTER DE GRUYTER & CO.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung • J. Guttentag,
Verlagsbuchhandlung • Georg Reimer • Karl J. Trübner • Veit & Comp.

Berlin 1964

Inhalt

	Seite
Vorbemerkung zur 4. Auflage	3
Literatur	6

I. Abschnitt.

Der geschichtliche Weg zur Nichteuklidischen Geometrie.

1—3. Euklids Elemente	7
4—9. Aus der Geschichte des Parallelenaxioms	9
10—12. Die Entdecker der Nichteuklidischen Geometrie	15

II. Abschnitt.

Axiomatik der absoluten Geometrie.

13—34. Bedeutung der absoluten Geometrie	20
15—16. Formalisierung der Geometrie	22
17—18. A. Anordnungsaxiome	24
19. B. Dimensionsaxiom	28
20—22. C. Kongruenzaxiome	29
23—26. Folgerungen aus den Axiomgruppen A—C	33
27. Einige Sätze über den Kreis	38
28—33. D. Axiome des Messens	40
34. Weitere Sätze über den Kreis	47
35—36. Rechtwinklige Koordinaten und Vollständigkeitssatz	48

III. Abschnitt.

Die Euklidische Geometrie.

37—38. E. Das Euklidische Parallelenaxiom	50
---	----

IV. Abschnitt.

Axiomatik der hyperbolischen Geometrie im Einheitskreise.

30—40. Die Axiome A 1—6 und B	54
41—44. Hyperbolische Streckenkongruenz. Die Axiome C 1—3	56
45. Die Axiome des Messens	59
46—48. Automorphe Kollineationen des Randkreises	60
49—51. Hyperbolische Winkelkongruenz. Die Axiome C 4—0	62
52. Der Widerspruch mit dem Euklidischen Parallelenaxiom	65
53—54. Widerspruchsfreiheit der hyperbolischen Geometrie	66
55—56. Das Nichteuklidische Parallelenaxiom E'	68
57. Einzigartigkeit der hyperbolischen Geometrie	70

V. Abschnitt.

Die hyperbolische Geometrie als selbständige Disziplin.

58— 59.	Vorbemerkungen	71
60— 61.	Hyperbolische Gebilde in spezieller Lage zum Randkreise	73
	62. Orthogonalität	74
63— 64.	Parallele Gerade	75
	65. Abstandslinien	77
	66. Kreise	80
	67. Grenzkreise	81
	68. Winkelmessung	84
69— 70.	Winkelsumme im Dreieck	85
71— 73.	Streckenmessung; Hyperbelfunktionen	87
	74. Der Parallelwinkel	92
75— 76.	Parallelogramme und Trapeze	93
77— 81.	Die Hjelmslevsche Mittellinie	94
82— 85.	Fundamentalkonstruktionen	100
86— 91.	Merkwürdige Punkte des Dreiecks	104
92— 95.	Trigonometrie	110
96— 88.	Reguläre n -Ecke	117
99—100.	Umfang des Kreises. Bogenlänge der Abstandslinie	119
101— 104.	Analytische Geometrie	121
105—106.	Der Dreiecksinhalt	130
107—108.	Flächeninhalt des Kreises. Sektor der Abstandslinie	134
109— 110.	Flächen zwischen parallelen Geraden	137
111—112.	Asymptotische Dreiecke	138
	113. Uneigentliche Elemente	140
114— 115.	Absoluter Charakter der Strecken- und Inhaltsmessung	141

VI. Abschnitt.

Schlußbetrachtungen.

	116. Beweiskraft der Deutung $\{D\}$	144
117—118.	Die elliptische Geometrie	145
119—121.	Geometrie und Wirklichkeit	148
122—125.	Ausblick auf die Clifford-Kleinschen Flächen	150
Register		150