

# Vektoren und Matrizen

**Dr. Siegfried Valentiner**

Prof. einer, der Physik  
an der Techn. Hochschule Clausthal

Mit 35 Figuren

4. Auflage

(11., erweiterte Auflage der „Vektoranalysis“)

Mit einem Anhang:

Aufgaben zur Vektorrechnung

von

**Dr. Hermann König**

Prof. emer. der Mathematik  
an der Techn. Hochschule Clausthal



Sammlung Göschen Band 354/354a

**Walter de Gruyter & Co • Berlin 1967**

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung • J. Guttentag,  
Verlagsbuchhandlung • Georg Reimer • Karl J. Trübner • Veit & Comp.

# Inhaltsverzeichnis

Seite

Schrifttum . . . . .	5
Einleitung	
§ 1. Darstellung der Resultante eines Kraftsystems . . . . .	6

## I. Teil

### Rechenregeln der Vektoranalysis

2. Definition des Vektors und der skalaren Größe . . . . .	11
§ 3. Addition, Subtraktion von Vektoren, Multiplikation der Vektoren mit skalaren Größen . . . . .	15
§ 4. Zerlegung von Vektoren . . . . .	18
§ 5. Gleichungen zwischen Vektoren . . . . .	20
§ 6. Multiplikation von Vektoren. . . . .	21
§ 7. Skalares Produkt . . . . .	23
§ 8. Anwendungen . . . . .	25
§ 9. Vektoriellcs Produkt . . . . .	26
§ 10. Anwendung auf die Statik . . . . .	30
§ 11. Das skalare Tripelprodukt $c[ab]$ . . . . .	32
§ 12. Das vektorielle Tripelprodukt $[c[ab]]$ . . . . .	35
§ 13. Produkte aus Vektorprodukten . . . . .	36
§ 14. Die Frage der Division von Vektoren. . . . .	38
§ 15. Reziproke Vektortripel . . . . .	38
§ 16. Produkte, im schiefwinkligen Bezugssystem . . . . .	41
§ 17. Über die Erweiterung des Vektorbegriffs auf den mehrdimensionalen Raum . . . . .	42
§ 18. Differentiation eines Vektors nach einer skalaren Größe . . . . .	42
§ 19. Der Gradient einer skalaren Funktion . . . . .	47
§ 20. Differentiation einer skalaren Funktion nach einer skalaren Größe in einer vorgegebenen Richtung . . . . .	48
§ 21. Differentiation eines Vektors nach einer skalaren Größe in einer vorgegebenen Richtung . . . . .	50
§ 22. Die Operation $V$ bei vektoriellcm Argument . . . . .	52
§ 23. Die skalare Operation $V$ bei vektoriellcm Argument. Integralsatz von Gauß . . . . .	54
§ 24. Anwendungen. Die Bezeichnung Divergenz . . . . .	59
§ 25. Die vektorielle Operation $F$ . Die Rotation . . . . .	60
§ 26. Satz von Stokes . . . . .	63
§ 27. Anwendung . . . . .	66
§ 28. Mehrfache Anwendung der Differentialoperation $V$ . . . . .	69
§ 29. Die Differentialoperationen bei Benutzung rechtwinkliger, krummliniger Koordinaten. . . . .	71

## II. Teil

### Anwendungen in einigen physikalischen Gebieten

§ 30. Einteilung. . . . .	76
---------------------------	----

## Kapitel 1

## Einige Sätze der Potentialtheorie

§ 31. Die Bedeutung des Potentials in der Mechanik	77
§ 32. Newtonsches Potential	79
§ 33. Hilfssätze von Green	80
§ 34. Ableitung der Potentialfunktion $V$ aus den charakteristischen Bedingungen.	82
§ 35. Deutung der einzelnen Glieder der Lösung.	84

## Kapitel 2

## Einige Sätze der Hydrodynamik

§ 36. Einführung der Flächenkräfte	86
§ 37. Eulersche Gleichungen für reibungslose Flüssigkeiten	90
§ 38. Sätze von Helmholtz über die Wirbelbewegung	91
§ 39. Solenoidaler Vektor	94
§ 40. Flächenwirbel	90

## Kapitel 3

## Einiges aus der Theorie der Elektrizität

§ 41. Elektromagnetische Gleichungen von Maxwell-Lorentz	99
§ 42. Biot-Savartsches Gesetz	102

## III. Teil

## Lineare Vektorfunktionen, Matrizen, Dyaden

§ 43. Lineare Vektorfunktionen	103
§ 44. Drehung eines Bezugssystems um den Anfangspunkt	100
§ 45. Matrizen	108
§ 46. Rechenregeln für Matrizen	109
§ 47. Wiederholte Matrizenoperation	112
§ 48. Einfache Anwendungen	115
§ 49. Einige bemerkenswerte Folgerungen	117
§ 50. Die Matrix als Summe von Dyaden	122
§ 51. Einige Regeln für die Rechnung mit Dyaden	123
§ 52. Die rotorische Dyade	125
§ 53. Auflösung linearer inhomogener Gleichungen mit $n$ Unbekannten (Gaußscher Algorithmus).	126
§ 54. Der Eliminationsprozeß selbst	129
§ 55. Gaußsche Schreibweise der Eliminationsgleichungen	132
§ 56. Die Kehrmatrix	134
§ 57. Die Kehrmatrix in besonderen Fällen	137
§ 58. Zahlenbeispiel zu § 54 und 56	139
§ 59. Die Matrizen in der Methode der kleinsten Quadrate	142
§ 60. Durchrechnung zweier Beispiele	146
§ 61. Die Matrix in der Gleichung 2. Grades	151
§ 62. Anwendung bei Deformationsbehandlung	152
§ 63. Die Matrix in einer Eigenwertaufgabe	156

## Anhang

1. 42 Aufgaben zur Vektorrechnung	162
2. Zusammenstellung einiger wichtiger Formeln.	199