

Peter M. Higgins

# Das kleine Buch der Zahlen

Vom Abzählen bis zur Kryptographie

Aus dem Englischen übersetzt  
von Thomas Filk



**Springer** Spektrum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Die ersten Zahlen</b> .....	1
	Wie sollen wir von Zahlen denken? .....	5
	Der Aufbau der Zahlen .....	9
<b>2</b>	<b>Die Entdeckung der Zahlen</b> .....	19
	Zählen und was daraus werden kann .....	26
<b>3</b>	<b>Zahlentricks</b> .....	35
	Welches Domino? .....	38
	Die Neunerprobe .....	39
	Teilbarkeitstests .....	44
	1 und 10, 2 und 5 .....	45
	4, 8 und 16 .....	46
	3, 6, 9, 12 und 15 .....	48
	7, 11 und 13 .....	52
	Magische Muster .....	55
	Weitere magische Zahlenmuster .....	61
<b>4</b>	<b>Trickreiche Zahlen</b> .....	65
	Catalan'sche Zahlen .....	69
	Fibonacci-Zahlen .....	71
	Stirling- und Bell-Zahlen .....	76
	Hagelkörner-Zahlen .....	80
	Die Primzahlen .....	81
	Glückliche Zahlen .....	89

<b>5</b>	<b>Nützliche Zahlen</b> . . . . .	91
	Prozente, Verhältnisse und Wahrscheinlichkeiten . . . . .	91
	Die wissenschaftliche Schreibweise . . . . .	94
	Die Bedeutung von Mittelwerten . . . . .	96
	Statistischer Mittelwert . . . . .	96
	Mathematische Mittelwerte . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Auf der Suche nach neuen Zahlen</b> . . . . .	107
	Plus und Minus . . . . .	110
	Brüche und rationale Zahlen . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Ein Blick in die Unendlichkeit</b> . . . . .	125
	Hilberts Hotel . . . . .	128
	Cantors Vergleiche . . . . .	130
	Die Struktur der Zahlengeraden . . . . .	137
	Unendlich plus eins . . . . .	141
<b>8</b>	<b>Anwendungen: Der Zufall</b> . . . . .	147
	Einige Beispiele . . . . .	151
	Einige Sammlerstücke von Wahrscheinlichkeits- problemen . . . . .	159
	Unschlagbare Mannschaften . . . . .	159
	Das Auszählungsproblem . . . . .	161
	Das Geburtstagsproblem . . . . .	163
	Russisches Roulette . . . . .	163
	Weshalb kommen Busse immer im Konvoi? . . . . .	165
	Das St. Petersburger Paradox . . . . .	168
	Buffons Nadelproblem . . . . .	171
	Bertrands Paradox . . . . .	173

<b>9</b>	<b>Die komplexe Geschichte des Imaginären</b> . . . . .	177
	Die Algebra und ihre Geschichte . . . . .	180
	Die Lösung der kubischen Gleichung . . . . .	186
<b>10</b>	<b>Vom Imaginären zum Komplexen</b> . . . . .	197
	Die Welt des Imaginären wird betreten . . . . .	201
	Polarkoordinaten . . . . .	207
	Gauß'sche Zahlen . . . . .	211
	Ein kurzer Blick auf weitere Folgerungen . . . . .	213
<b>11</b>	<b>Die Zahlengerade unter dem Mikroskop</b> . . . . .	223
	Rückkehr nach Ägypten . . . . .	226
	Münzen, Summen und Differenzen . . . . .	230
	Fibonacci-Zahlen und Brüche . . . . .	235
	Die Cantor'sche Menge . . . . .	239
<b>12</b>	<b>Anwendungen der Zahlentheorie:</b>	
	<b>Codes und Public-Key-Kryptographie</b> . . . . .	245
	Historische Beispiele . . . . .	245
	Nicht zu knackende Geheimschriften . . . . .	254
	Neue Verschlüsselungsverfahren für eine Neue Welt der Verschlüsselung . . . . .	258
	Die gleichzeitige Schlüsselerstellung . . . . .	260
	Die Falltür wird geöffnet: Public-Key-Verschlüsselung .	268
	Alice und Bob besiegen Eve mit modularer Arithmetik	272
<b>13</b>	<b>Für Kenner und Feinschmecker</b> . . . . .	281
	Kapitel 1 . . . . .	281
	Kapitel 3 . . . . .	286
	Kapitel 4 . . . . .	290
	Kapitel 5 . . . . .	303
	Kapitel 6 . . . . .	304

Kapitel 7	311
Kapitel 8	319
Kapitel 9	324
Kapitel 10	327
Kapitel 11	333
Kapitel 12	337
<b>Literaturempfehlungen</b>	<b>341</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>347</b>