

Georg Schierscher

Geopythafibotonpolyhypotesaeder!

Matheliebe.

Herausgeber:
Rainer Vollkommer

Liechtensteinisches LandesMuseum



Vorwort	7
Einführung	9
Didaktisches Urprinzip	11
Mächtige Kulturleistung: Die Mathematik	12
Fundamentale Ideen	15
Pädagogischer Aspekt	15
Selbsttätigkeit	15
Ziel	15

WACHSTUM UND FORM 21

Im Spannungsfeld: Wachstum und Beständigkeit	23
Potenzielles Wachstum	24
Der Kürbis und die Grenzen des Wachstums	24
Veranschaulichung am Würfelmodell	24
Die Frucht und der Würfel	26
Exponentielles Wachstum	28
$2^{64}-1$ Die Schachlegende vom Weizenkorn	30
Kapitalverdopplung: Eine versteckte Faustregel	31
Im Vergleich: potenzielles und exponentielles Wachstum	32
In Form gebracht: Das gängige Papierformat	34
Das DIN-A-Format	34
Der Turm von Hanoi und der Weltuntergang	36
Selbsttätigkeit	37

FILIGRAN, FRAKTAL, DYNAMISCH 41

Chaos und Fraktale: der Laplace-Dämon im Unrecht!	43
Filigrane Natur: Faszinierende Kleinteiligkeit	44
Fraktale: Geometrie des Zersplitterten	44
Kennzeichen der Selbstähnlichkeit	46
Paradoxe Monstergelände	48
Die Kochsche Schneeflockenkurve:	48
Die Hilbert-Kurve	50
Die Drachenkurve	54
Der Menger-Schwamm	58
Der Sierpinski-Teppich	58
Die Cantor-Menge	61
Das Dreierpaket der Monstergelände ist voller Paradoxien!	61
Gebrochene Dimensionen	61
Anwendungen der Fraktalgeometrie	61
Schwer beherrschbar: Dynamische Systeme	62
Nichtlineare Dynamik: ein formal ablaufender chaotischer Prozess	63
Selbsttätigkeit	65

INGENIEUREN AUF DER SPUR	69
Anonyme Kunst: Die Kreativität der Ingenieure	71
Ganz schön angepasst: Optimierte Verkehrslinienführung	72
Der einfache Fall: Steigung von Geraden	74
Mach Krümmes gerade: Steigung von Kurven	74
Der einfache Fall: Krümmung von Kreisen	75
Mach Gekrümmtes kreisrund: Krümmung von Kurven	75
KRÜMMUNGSKREIS	79
Herausforderung Krümmung	81
Die Lösung dieses Problems sind Übergangsbögen	81
Selbsttätigkeit	83
Quadratische Bohrlöcher: Das Reuleaux'sche Dreieck	84
Anwendungen des Reuleaux-Dreiecks	85
Bewegtes Reuleaux-Dreieck	89
Ellipsen-Rendezvous	92
Unerwartete Zusammenhänge: Fassade der Dresdner Synagoge und das Gesetz für die gleichförmige Bewegung	102
Hyperboloid	106
Die „schöne Helena“ und das Zykloidengetriebe	108
Scharfsinn gefragt – das Problem von Johann Bernoulli	109
Die Zykloide – Lösungskurve des Bernoulli-Problems	109
Selbsttätigkeit	111

GOLDGRUBE	117
Formeln, die die Welt verändern	119
$a^2 + b^2 = c^2$: „magister matheseos“ – Meister der Mathematik	120
Thales – Wegbereiter für Pythagoras	120
Der Satz des Pythagoras	123
Vielfach bewiesen: Der Satz des Pythagoras	125
Fibonacci und die Vermehrung der Kaninchen	128
Die Fibonacci-Zahlen	128
Der Goldene Schnitt	134
Fibonacci und die Evolution des regelmässigen Fünfecks	138
Weltbild vom geordneten Ganzen zerstört	141
Der Prozess der stetigen Teilung	142
Annäherung an die Goldene Zahl Φ	142
Der Goldene Winkel der Sonnenblume	143
Wohlproportioniert: Goldene Rechtecke	144
Ein Puzzle aus Goldenen Rechtecken	145
Die Goldene Spirale	146
Spira mirabilis – Die logarithmische Spirale	148
Die Gleichwinkligkeit der logarithmischen Spirale in technischen Anwendungen	152
Logarithmische Zahnräder	154
Selbsttätigkeit	157

UND NOCHMAL ARCHIMEDES	161
Archimedes' Geheimnis auf der Ziegenhaut	163
Die grosse Leistung der alten Griechen	164
Kreis und Kugel	165
Die Faszination des π	166
Methode der Ausschöpfung (Exhaustion) nach Archimedes	169
Die Rechnung mit dem Unendlichen	174
Weitere Berechnungsverfahren	174
Eigenschaften von π	174
Die archimedische Spirale	176
Die Spirale als Bewegungswandler	179
Die Quadratur der archimedischen Spirale	178
Archimedische Spirale im Einheitskreis	179
Die göttliche Kugel	182
Kugel, Kegel und Zylinder	184
Kreis- und Kugeloberfläche im experimentellen Vergleich	185
Traktrix, Antikugel und Kettenlinie	186
Die Traktrix hat es in sich!	186
Von der dritten in die zweite Dimension: Abwicklungen	187
Ausgehebelt? Hebelgesetz und Schwerpunkt	188
Rollender Doppelkegel	190
Fermat-Punkt	190
Selbsttätigkeit	193

TYPEN MIT ECKEN UND KANTEN	197
Vielflächner: Schönheit zählt	199
Vielflächner: Reguläre und halbguläre Polyeder (Körper)	204
Platonische Körper	205
Dualität/Dualisierung	206
Halbguläre Polyeder	207
Die archimedischen Körper	207
MERO-Knoten oder ORBIT-Kugel	207
Der Fussball	208
Die dual-archimedischen Körper	209
Raumpflasterung	210
Aussermathematische Bedeutung der Polyeder	211
Das Polyeder – ein sehr altes Kulturgut	212
Eulerscher Polyedersatz	214
Handarbeit: Die Herstellung der Kartonmodelle	218
Selbsttätigkeit	219

SPIEGLEIN, SPIEGLEIN AN DER WAND, ...	223
Symmetrie: ein Merkmal der Schönheit	225
Symmetrie experimentell: Geradenspiegelung	226
Die Nephroide in der Kaffeetasse	229
Kreisspiegelung (oder Inversion am Kreis)	234
Eigenschaften der Inversion	240
Die Herzkurve	246
Die Steiner-Kreise	250
Selbsttätigkeit	253

MATHEGESCHICHTE	255
Im Zeitraffer: Fast 3.000 Jahre Mathematikgeschichte	257
Biografien bedeutender Persönlichkeiten der Mathematik:	
Archimedes von Syrakus	266
Jakob Bernoulli	267
Georg Cantor	268
Leonhard Euler	269
Franz Reuleaux	270
Jakob Steiner	271
Historische Rechenmaschinen aus der Antik-Stiftung Schaan (Walter Beck)	273