

Klaus Mainzer

# **Die Berechnung der Welt**

Von der Weltformel  
zu Big Data

C.H.Beck

<b>Vorwort</b>	<b>13</b>
<b>Einführung</b>	<b>17</b>
<b>Kapitel 1: Auf der Suche nach der Weltformel</b>	<b>35</b>
Weltformel der Platonischen Körper 36 – Mathematische Symmetrie 37 – Globale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Lokale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Eichsymmetrie und Große Vereinigungstheorie 39 – Eichsymmetrie als Weltformel? 40 – Spontane Symmetriebrechung 41 – Symmetrie und Eleganz von Formeln 42 – Feynman-Diagramme und abstrakte Formeln 42 – Big Data und vorläufige Erfolgsrezepte 44 – Big Data und fundamentale Symmetriengesetze 46	
<b>Kapitel 2: «Nichts wäre ungewiss ...» (Laplacescher Geist)</b>	<b>48</b>
Formeln analytischer Geometrie 49 – Formeln analytischer Mechanik 49 – Formeln der Verwaltung? 50 – Laplace und Gott 51 – Laplacescher Geist und Berechenbarkeit der Welt 52 – Berechenbarkeit in der Politik? 54 – Erbe von Laplace 55	

**Kapitel 3: «Wir müssen wissen – wir werden wissen»  
(David Hilbert) 57**

Euklids *Axiomensystem* der Geometrie 58 – Hilberts formales Axiomensystem der Geometrie 58 – Modelle formaler Axiomensysteme 59 – Unabhängigkeit formaler Axiome 60 – Widerspruchsfreiheit formaler Axiome 61 – Vollständigkeit formaler Axiome 61 – Grundlagenkrise der Mathematik 62 – Cantors Axiomensystem der Mengenlehre 63 – Mathematischer Intuitionismus und Konstruktivismus 63 – Hilberts Programm finiter Formalismen 65 – Axiomatische Methode und Weltformel 66

**Kapitel 4: UnVollständigkeit und Unentscheidbarkeit  
(Gödel und Turing) 69**

Gödels unentscheidbare Aussagen und unvollständige Formalismen 70 – Formalismen und Computersprachen 71 – Turings Beiträge zur Theorie und Praxis der Berechenbarkeit 72 – Berechenbarkeit und Turingmaschine 73 – Universelle Turingmaschine 74 – Churchsche These und Berechenbarkeit 74 – Komplexität der Berechenbarkeit 75 – Berechenbarkeit und Leibniz' Programm der *Mathesis Universalis* 75 – Effektive Entscheidbarkeit 76 – Effektive Aufzählbarkeit 77 – Unentscheidbarkeit und Halteproblem einer Turingmaschine 78 – Unentscheidbarkeit und nicht-berechenbare Zahlen 79 – Formales System der Prädikatenlogik 79 – Logische Wahrheiten 80 – Vollständigkeit und Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik 80 – Unvollständigkeit und Turings Halteproblem 81 – Widerspruchsfreiheitsbeweise und Hilberts finite Methoden 82

**Kapitel 5: Von der Beweistheorie zu Computerprogrammen  
(Gentzen und Turing) 83**

Von der Turingmaschine zur Gödelmaschine 83 -  
Widerspruchsfreiheitsbeweise und Gentzens transfiniten  
Methoden 84 - Turings ordinale Beweistheorie 85 -  
Grade der Entscheidbarkeit 85 - Hyper-Berechenbarkeit 86 -  
Turings Orakelmaschine 86 - Orakelmaschinen und  
Intuition 87 - Big Data und Orakelmaschinen 87 -  
Orakelmaschinen in der Wissenschaft 88 - Vom  
logisch-mathematischen Formalismus zum Software-  
Engineering 89 - Theorembeweiser und Gentzen-  
Kalkül 90 - Churchs A-Kalkül und mathematische  
Funktionen 92 - Von mathematischen Funktionen zum  
funktionalen Programmieren 92

**Kapitel 6: Die Welt als Automat (John von Neumann,  
Konrad Zuse et al.) 94**

Leibniz' Welt der göttlichen Automaten 94 - Kluge  
Frauen über Automaten 95 - Die Erfindung zellulärer  
Automaten 95 - Umgebungsfunktionen einer Zelle 96 -  
Computersimulation zellulärer Automaten 97 -  
Selbstreproduktion zellulärer Automaten 98 - Zelluläre  
Automaten und Churchs These 99 - Zelluläre Automaten  
und biologische Evolution 99 - Konrad Zuse und John  
von Neumann 100 - Zuses «Rechnender Raum» 100-  
Zuse-Fredkin-Hypothese 101 - 1-dimensionale zelluläre  
Automaten 102 - Stephen Wolframs «A New Kind of  
Science» 103 - Computereperimente reichen nicht! 104-  
Boolesche Gesetze der Musterbildung 104 - Platonische Würfel  
als Bausteine des Universums zellulärer Automaten 105 -  
Komplexitätsgrade zellulärer Automaten 105 -  
Symmetriegesetze im Universum zellulärer Automaten 108 -  
Symmetrie und Berechenbarkeit im Universum zellulärer  
Automaten 110 - Zeitpfeil und Zeitsymmetrie im Universum  
der-Physik und zellulärer Automaten 110 - Zeitsymmetrie  
im Universum zellulärer Automaten 111 - Zeitpfeil im  
Universum zellulärer Automaten 112 - Zelluläre Automaten  
als dynamische Systeme 113 - Berechenbarkeit der  
Automatenwelt und der physikalischen Wirklichkeit 115

**Kapitel 7: Quantenwelt und Quantencomputer**

**(Feynman et al.)** 117

Quantenzustände und Superpositionen 117 – Verschränkte Zustände und EPR-Experimente 118 – Quantencomputer und Quantenparallelismus 119 – Quantenbits und Hilberträume 121 – Quanten-Turingmaschine und Churchsche These 122 – Zelluläre Quantenautomaten 122-Digitale Quantenwelt 123 – It from Bit? 125 – Quantencomputer und Big Data 125

**Kapitel 8: Chaos und Komplexität (Poincare et al.)** 127

Definition dynamischer Systeme 127 – Lineare Dynamik 128 – Zustandsraum dynamischer Systeme 128 – Nichtlineare Dynamik 130 – Mehrkörperprobleme und Grenzen der Berechenbarkeit 131 – KAM-Theorem und Grenzen der Berechenbarkeit 132 – Rekursionsverfahren und Differenzgleichungen 132 – Zeitreihen und Komplexitätsgrade 133 – Attraktoren im Zustandsraum 133 – Zufall und Chaos 135 – Strömungsdynamik und stochastische Gleichungen 135

**Kapitel 9: Big Data – Die Berechnung von Leben und Gehirn**

137

Turings Modell zellulärer Strukturbildung 137 – Stephen Smales Modell zellulärer Strukturbildung 139 – Selbstorganisation komplexer dynamischer Systeme 140 – Das Prinzip lokaler Aktivität erklärt komplexe Struktur- und Musterbildung 140 – Reaktions-Diffusionsgleichungen und zelluläre Dynamik 141 – Testverfahren für lokale Aktivität 142 – Parameterraum für Struktur- und Musterbildung 142 – Struktur- und Musterbildung am Rand des Chaos 143 – Struktur- und Musterbildung in der Chemie, 144 – Struktur- und Musterbildung in Zoologie und Botanik 145 – Struktur- und Musterbildung in der Gehirnforschung 146 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch FitzHugh-Nagumo-Gleichungen 148 – Elektrotechnisches Modell eines Axons 149 – Elektrotechnisches Modell einer Hodgkin-Huxley-Zelle 149 –

Memristoren 151 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch Hodgkin-Huxley (HH)-Reaktions-Diffusionsgleichungen 151 – Prinzip lokaler Aktivität als Ursache neuronaler Musterbildung 152 – Von der Selbstwahrnehmung zum Selbstbewusstsein 153 – Neurotechnische Erklärung von Semantik 154 – Von Daten über Information zu Wissen 156 – Vom Wissen über Informations- zur Datenverarbeitung 157 – Architektur von Gehirnen und Computern 157 – Theory of Mind: Erklärung sozialer Kompetenz 158 – Kartographierung und Vermessung des Gehirns 159 – Totale Berechnung des Gehirns? 159

**Kapitel 10: Vom Internet zu soziotechnischen Systemen. . . 161**

Komplexe Kommunikationsnetze der Evolution 161 – Komplexe Kommunikationsnetze der Technik 162 – Struktur und Dynamik von Computernetzen 162 – Internet als komplexes sich selbst organisierendes Informationssystem 164 – Analogien von Computernetzen und Gehirnen 165 – Big Data in Computernetzen und Gehirnen 166 – World Wide Web als virtuelle Maschine 167 – Mobilfunk und Kommunikationsnetze 168 – Mooresches Gesetz 168 – Ubiquitous Computing 169 – Von Virtual Reality zu Augmented Reality 170 – Cyberphysical Systems und Big Data 170 – Smart Grids und Big Data 172 – Cloud Computing und Big Data 173 – Mathematik komplexer Netze 174 – Komplexitätsgrade von Signalmustern 175 – Evolution von Versorgungs-, Kontroll- und Informationssystemen 177 – Vereinigte Theorie komplexer Netzwerke 178 – Grade der Berechenbarkeit und Orakelmaschinen 178 – Komplexität und logische Tiefe 179 – Smart Cities und Big Data 180 – Cyberphysical Systems realisieren soziotechnische Systeme 181 – Modellierung von Informationsinfrastrukturen 182 – Ethos von Informationsinfrastrukturen 184 – Informationsinfrastrukturen und Demokratie 185

**Kapitel 11: Berechenbarkeit von Risiken und****Wahrscheinlichkeit****186**

Leibniz über Risiken und Wahrscheinlichkeit 186 –  
 Fairer Münzwurf und das Gesetz der großen Zahl 188 –  
 Gaußsche Glockenkurve 189 – Normalverteilung und Big  
 Data 190 – Laplacescher Geist und Wahrscheinlichkeit 192–  
 Wahrscheinlichkeit als Grenzwert regelloser Zufalls-  
 folgen 192 – Kolmogorovs Axiomensystem des  
 Wahrscheinlichkeitsbegriffs 193 – Beispiele von  
 Wahrscheinlichkeitsverteilungen 195 – Seltene Ereignisse und  
 das Gesetz der kleinen Zahl 197 – Zentraler Grenzwertsatz  
 und Normalverteilung 197 – Extreme Ereignisse und Nicht-  
 Gaußverteilungen 198 – Berechnung von Risiken auf  
 Versicherungsmärkten 199 – Bacheliers Modell zur Berechnung  
 des Börsenmarkts 200 – Voraussetzungen von Bacheliers  
 Modell 201 – Berechnung von Portfolios 203 – Black-Scholes-  
 Formel zur Berechnung von Call-Optionen 203 – Universelle  
 Berechenbarkeit von Turbulenzen in Natur und  
 Gesellschaft? 203 – Risikomanagement durch  
 Verbriefung 205 – Berechnungsmodell für Risiken durch VaR  
 (Value at Risk) 206 – Krise der Risikoberechnung 208 –  
 Axiomatische Definition kohärenter Risikomaße 210 –  
 Konvexe Risikomaße und Modellunsicherheit 212 –  
 Beschränkte Rationalität und Big Data 212 – Karl Popper und  
 der schwarze Schwan 213 – Bertrand Russell und der naive  
 Truthahn 214 – Nassim Taleb und das «Ende der  
 Theorie» 214 – Der Aberglaube an ein Perpetuum Mobile der  
 Gewinnmaximierung 215 – Skeptische Philosophie und Big  
 Data 215 – Berechenbarkeit der Soziodynamik 217  
 Komplexitätsmanagement und Berechenbarkeit 219 –  
 Verhaltensökonomie und Berechenbarkeit 220 – Was macht  
 die Mathematisierung der sozialen Welt so schwierig? 223

**Kapitel 12: Big Data – Die Berechnung der sozialen Welt. . 227**

Internet der Dinge 227 – Soziale Netzwerke 227 – Facebook,  
 Tustter und Big Data 229 – Prinzip lokaler Aktivität und Big  
 Data 230 – Datenexplosion und Big Data 232 – Big Data und  
 das «Ende der Theorie»? 233 – Definition von Big Data 233 –  
 Big Data-Algorithmen 234 – Metadaten und Big Data 235 –

Metadaten und Datenkontext 236 – Big Data im Gesundheitssystem 237 – Big Data in der Ökonomie 238 – Industrie 4.0 und Big Data 239 – Big Data in Staat und Verwaltung 239 – Big Data in Geistes- und Kulturwissenschaften («Digital Humanities») 240 – Automatische Schreibprogramme und Big Data 241 – Partnersuche, Liebe und Big Data 243 – Big Data und Intuition 243 – Big Data im Fußball 244 – Big Data und die totale Überwachung 245 – Big Data und «A New Kind of Science»? 247 – WolframAlpha-Wissensmaschine 247 – Mathematische Gesetze in Mathematica-Software 251 – Datenkompression oder Irreduzibilität der Rechenzeit? 251 – Werte und Gewissen in der Big-Data-Welt 253 – Berechenbarkeit in der Politik? 253 – Sind Kriege berechenbar? 254 – Drohnen und Big Data 255 – Big Data und die Illusion von der Berechenbarkeit des Tötens 255 – Big Data und die schöne neue Welt der Spionage 256 – Big Data und Gödels Entdeckung der Unvollständigkeit der Demokratie 257

### **Kapitel 13: «Formeln zur Macht» oder Berechenbarkeit unserer Zukünfte? 259**

«Formeln zur Macht» – oder wer wird Supermacht? 259 – Macht der Algorithmen im Zweiten Weltkrieg 260 – Wie berechenbar ist die Zukunft? 262 – Szenarien von Zukünften 262 – Delphi-Verfahren 263 – Zukunft der Menschheit 264 – Energieskala zukünftiger Zivilisationen 265 – Weltraumtechnologie zukünftiger Zivilisationen 266 – Zuses Vision sich selbst reproduzierender Weltraumroboter 267 – Zukünfte von Cyberphysical Systems 268 – Zukünfte des Lebens 268 – Informationsskala zukünftiger Zivilisationen 268 – «Datengetriebene» (data driven) Prognosen 269 – Bedeutung der Naturgesetze 270 – Erkenntnischema mathematischer Naturgesetze 270 – Big Data in den Lebenswissenschaften reicht nicht 271 – Vermessung und Berechnung des Lebens auf der Grundlage von Gesetzen 272 – Prognosepotential in Wirtschafts- und Sozialwissenschaften 273



**Kapitel 14: Wieso passt die Mathematik so gut  
auf die Welt?**

275

Vom Zählen zum Zahlbegriff 275 – Beweis des Unendlichen: die Macht der Theorie 277 – Mathematische Welten jenseits des Abzählbaren 278 – Von geometrischen Konstruktionen zur Idealität geometrischer Formen 278 – Lösung mathematischer Probleme durch Abstraktion: die Macht der Theorie 279 – Die Gesetze der Mathematik gelten im strengen logischen Sinn unabhängig von der physikalischen Raum-Zeit 280 – Mathematische Abstraktion und physikalische Anwendung 281 – Formale Axiomensysteme, Modelle und Datenmuster 282 – Invarianz- und Symmetriegesetze der Natur 283 – Sind mathematische Strukturen Konstruktionen des menschlichen Geistes oder reale Strukturen der Welt? 283 – Symmetrie und Symmetriebrechung 284 – Digitale Struktur der physikalischen Welt 285 – Kritik der Urteilskraft und Big Data 285 – Das Lachen der thrakischeri'Magd und Big Data 286

**Anmerkungen**

291

**Literaturverzeichnis**

327

**Abbildungsnachweis**

339

**Sachverzeichnis**

342

**Personenverzeichnis**

350