

Christoph Weigand

---

# Statistik mit und ohne Zufall

Eine anwendungsorientierte Einführung

2. Auflage



Physica-Verlag

---

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Deskriptive Statistik

---

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b> .....	<b>3</b>
1.1	Objekte, Merkmale, Grundgesamtheit .....	4
1.2	Urliste .....	5
1.3	Teilgesamtheit .....	6
1.4	Merkmalstypen .....	7
1.5	Datenerhebung .....	7
<b>2</b>	<b>Empirische Verteilungen</b> .....	<b>9</b>
2.1	Univariate Verteilungen diskreter Merkmale .....	9
2.2	Univariate Verteilungen stetiger Merkmale .....	21
2.3	Univariate Verteilungen klassifizierter Merkmale .....	23
2.4	Bivariate Verteilungen diskreter Merkmale .....	32
2.5	Bivariate Verteilungen stetiger Merkmale .....	36
2.6	Bivariate Verteilungen klassifizierter Merkmale .....	38
2.7	Bedingte Verteilungen .....	39
<b>3</b>	<b>Lageparameter</b> .....	<b>53</b>
3.1	Modus .....	54
3.2	Median .....	56
3.3	Quantile .....	60
3.4	Arithmetisches Mittel .....	62
3.5	Bedingte Mittelwerte und deren Aggregation .....	65
3.6	Harmonisches Mittel .....	68
3.7	Geometrisches Mittel .....	72

<b>4</b>	<b>Streuungsmaße</b> .....	75
4.1	Range .....	75
4.2	Mittlere Abweichung .....	76
4.3	Varianz und Standardabweichung .....	78
<b>5</b>	<b>Weitere Eigenschaften von Lageparametern und Streuungsmaßen</b> .....	83
5.1	Lineare Transformationen .....	83
5.2	Addition von Variablen .....	86
5.3	Optimalitätseigenschaften .....	87
5.4	Ungleichung von Tschebyscheff .....	89
<b>6</b>	<b>Deskriptive Korrelation und Kovarianz</b> .....	91
6.1	Ausgangssituation und Überblick .....	91
6.2	Deskriptive Kovarianz .....	93
6.3	Deskriptive Korrelation nach Bravais Pearson .....	98
6.4	Rangkorrelation nach Spearman .....	102
6.5	Weitere Eigenschaften .....	107
<b>7</b>	<b>Deskriptive Regressionsrechnung</b> .....	111
7.1	Lineare Regression .....	112
7.2	Multiple lineare Regression .....	119
7.3	Nichtlineare einfache Regression .....	124
<b>8</b>	<b>Indizes</b> .....	131
8.1	Wertindex .....	132
8.2	Preisindex .....	133
8.3	Mengenindex .....	134
8.4	Zusammenhang zwischen Wert-, Preis- und Mengenindizes .....	136
8.5	Subindizes .....	137
8.6	Indizes in der Praxis .....	140
8.7	Verknüpfung .....	145
8.8	Umbasierung .....	147
8.9	Preisbereinigung .....	149
8.10	Kaufkraftparität .....	150

---

**Teil II Wahrscheinlichkeitsrechnung**


---

<b>9</b>	<b>Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> . . . . .	155
9.1	Wahrscheinlichkeit . . . . .	156
9.2	Diskrete Zufallsvariablen . . . . .	159
9.3	Stetige Zufallsvariablen . . . . .	162
9.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	169
9.5	Unabhängigkeit . . . . .	173
9.6	Kovarianz und Korrelation . . . . .	174
9.7	Weitere Eigenschaften zu Erwartungswert und Varianz . . . . .	176
<b>10</b>	<b>Spezielle Verteilungen</b> . . . . .	181
10.1	Stichprobe vom Umfang $n = 1$ . . . . .	181
10.2	Normalverteilung . . . . .	184
10.3	Binomialverteilung und Bernoullikette . . . . .	191
10.4	Hypergeometrische Verteilung . . . . .	197
10.5	Geometrische Verteilung . . . . .	201
10.6	Poisson-Verteilung . . . . .	206
10.7	Exponentialverteilung . . . . .	209
10.8	Gleichverteilung (stetige) . . . . .	214
10.9	Stichprobenverteilungen . . . . .	216
<b>11</b>	<b>Zentraler Grenzwertsatz</b> . . . . .	221
11.1	Approximative Verteilung des arithmetischen Mittels . . . . .	225
11.2	Approximation der Binomialverteilung . . . . .	228

---

**Teil III Induktive Statistik**


---

<b>12</b>	<b>Stichproben</b> . . . . .	237
12.1	Allgemeines . . . . .	237
12.2	Grundkonzepte . . . . .	239
12.3	Reine Zufallsauswahl . . . . .	243
12.4	Geschichtete Stichprobe . . . . .	246
12.5	Klumpenstichprobe . . . . .	247
12.6	Stichproben bei unendlicher Grundgesamtheit . . . . .	249
12.7	Bivariate Stichprobe . . . . .	250

<b>13 Schätzverfahren</b> .....	253
13.1 Überblick und Grundbegriffe .....	253
13.2 Punktschätzer .....	257
13.3 Konfidenzintervallverfahren für den Erwartungswert bei bekannter Varianz .....	262
13.4 Konfidenzintervallverfahren für den Erwartungswert bei unbekannter Varianz .....	266
13.5 Konfidenzintervallverfahren für einen Anteil oder eine Wahrscheinlichkeit $p$ .....	270
13.6 Einseitige Konfidenzintervalle .....	279
<b>14 Statistische Testverfahren</b> .....	283
14.1 Grundbegriffe .....	283
14.2 Signifikanztests und Alternativtests .....	287
14.3 Gebrauch von Signifikanztests .....	290
14.4 Hypothesen-Typen .....	293
<b>15 Signifikanztests</b> .....	299
15.1 Test für den Erwartungswert bei bekannter Varianz (Gauß-Test)	299
15.2 Test für den Erwartungswert bei unbekannter Varianz (t-Test)	307
15.3 Test für zwei Erwartungswerte bei einer Grundgesamtheit	310
15.4 Test für Erwartungswerte bei zwei Grundgesamtheiten	313
15.5 Test für einen Anteil oder eine Wahrscheinlichkeit $p$	319
15.6 Testen hypothetischer Wahrscheinlichkeiten (Anpassungstest)	321
15.7 Test auf Gleichheit von Verteilungen in verschiedenen Grundgesamtheiten (Homogenitätstest) .....	327
15.8 Test auf Gleichheit von Verteilungen in einer Grundgesamtheit (Homogenitätstest) .....	334
15.9 Unabhängigkeitstest .....	335
<b>16 Regressionsanalyse</b> .....	343
16.1 Allgemeines Modell .....	343
16.2 Lineare Regressionsanalyse .....	346
16.3 Nicht-Lineare und Multiple Regressionsanalyse .....	352
<b>17 Alternativtests</b> .....	353
17.1 Alternativtest für den Erwartungswert bei bekannter Varianz (Gauß-Test) .....	354
17.2 Annahme- und Endkontrolle (Acceptance Sampling) .....	361

17.3 Kostenoptimales Acceptance Sampling .....	366
<b>A Anmerkungen zur Prozentrechnung</b> .....	375
<b>B Mengenlehre</b> .....	377
<b>C Summenzeichen</b> .....	379
<b>D Kombinatorik</b> .....	381
D.1 Fakultät .....	381
D.2 Binomialkoeffizient .....	382
D.3 Variation mit Wiederholungen .....	382
<b>E Herleitungen</b> .....	383
<b>F Aufgaben</b> .....	397
<b>G Lösungen zu den Aufgaben</b> .....	441
<b>H Tabellen</b> .....	443
H.1 Quantile der $F$ -Verteilung .....	444
H.2 Quantile der $\chi^2$ -Verteilung .....	456
H.3 Quantile der Student $t$ -Verteilung .....	457
H.4 Kumulierte Standardnormalverteilung $\Phi(x)$ .....	458
<b>Literatur</b> .....	459
<b>Index</b> .....	461