

Tilo Arens · Frank Hettlich · Christian Karpfinger ·  
Ulrich Kockelkorn · Klaus Lichtenegger · Hellmuth Stachel

# Mathematik

4. Auflage

**Springer** Spektrum

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Einführung und Grundlagen

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Mathematik – Wissenschaft und Werkzeug</b>                  | <b>3</b>  |
| 1.1      | über dieses Lehrbuch, Mathematiker und Mathematik              | 4         |
| 1.2      | Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler             | 8         |
| 1.3      | Die didaktischen Elemente dieses Buches                        | 11        |
| 1.4      | Ratschläge zum Studium der Höheren Mathematik                  | 15        |
| <b>2</b> | <b>Logik, Mengen, Abbildungen – die Sprache der Mathematik</b> | <b>17</b> |
| 2.1      | Eine beweisende Wissenschaft                                   | 18        |
| 2.2      | Grundbegriffe der Aussagenlogik                                | 19        |
| 2.3      | Definition, Satz, Beweis                                       | 26        |
| 2.4      | Elementare Mengenlehre   | 30        |
| 2.5      | Zahlenmengen   | 33        |
| 2.6      | Abbildungen  | 37        |
| 2.7      | Mächtigkeit von Mengen   | 41        |
|          | Zusammenfassung  | 44        |
|          | Aufgaben   | 46        |
|          | Antworten zu den Selbstfragen                                  | 49        |
| <b>3</b> | <b>Rechentechniken – die Werkzeuge der Mathematik</b>          | <b>51</b> |
| 3.1      | Terme, Brüche und Potenzen                                     | 52        |
| 3.2      | Gleichungen und Ungleichungen                                  | 59        |
| 3.3      | Von Betrag und Abschätzungen                                   | 68        |
| 3.4      | Summen und Produkte  | 72        |
| 3.5      | Die vollständige Induktion                                     | 83        |
|          | Zusammenfassung  | 90        |
|          | Aufgaben   | 93        |
|          | Antworten zu den Selbstfragen                                  | 97        |

|   |  |            |
|---|--|------------|
| <b>4</b>  | <b>Elementare Funktionen – Bausteine der Analysis</b>                        | <b>99</b>  |
| 4.1   | Reellwertige Funktionen einer Veränderlichen                                 | 100        |
| 4.2   | Polynome   | 107        |
| 4.3   | Die Exponentialfunktion  | 119        |
| 4.4   | Trigonometrische Funktionen  | 126        |
|   | Zusammenfassung  | 135        |
|   | Aufgaben   | 137        |
|   | Antworten zu den Selbstfragen  | 139        |
| <b>5</b>  | <b>Komplexe Zahlen – Rechnen mit imaginären Größen</b>                       | <b>141</b> |
| 5.1   | Die Menge der komplexen Zahlen   | 142        |
| 5.2   | Geometrische Darstellung der komplexen Zahlen                                | 148        |
| 5.3   | Mengen und Transformationen in der komplexen Ebene                           | 159        |
|   | Zusammenfassung  | 164        |
|   | Aufgaben   | 165        |
|   | Antworten zu den Selbstfragen  | 167        |
| <b>Teil II Analysis einer reellen Variablen</b> |  |            |
| <b>6</b>  | <b>Folgen – der Weg ins Unendliche</b>                                       | <b>171</b> |
| 6.1   | Der Begriff einer Folge  | 172        |
| 6.2   | Elementare Eigenschaften von Zahlenfolgen                                    | 175        |
| 6.3   | Konvergenz   | 180        |
| 6.4   | * Teilfolgen und Häufungspunkte  | 188        |
| 6.5   | Konvergenzkriterien  | 191        |
|   | Zusammenfassung  | 198        |
|   | Aufgaben   | 200        |
|   | Antworten zu den Selbstfragen  | 202        |
| <b>7</b>  | <b>Stetige Funktionen – kleine Ursachen haben kleine Wirkungen</b>           | <b>203</b> |
| 7.1   | Zur Definition von Funktionen  | 204        |
| 7.2   | Beschränkte und monotone Funktionen  | 209        |
| 7.3   | Die Umkehrfunktion   | 211        |
| 7.4   | Grenzwerte für Funktionen und die Stetigkeit                                 | 215        |
| 7.5   | Kompakte Mengen  | 221        |
| 7.6   | Sätze über reellwertige, stetige Funktionen mit kompaktem Definitionsbereich | 226        |
|   | Zusammenfassung  | 236        |
|   | Aufgaben   | 238        |
|   | Antworten zu den Selbstfragen  | 240        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>8</b>  | <b>Reihen – Summieren bis zum Letzten</b>               | <b>241</b> |
| 8.1       | Die Idee der Reihen                                     | 242        |
| 8.2       | Kriterien für Konvergenz                                | 251        |
| 8.3       | Absolute Konvergenz                                     | 260        |
| 8.4       | Kriterien für absolute Konvergenz                       | 264        |
|           | Zusammenfassung   | 271        |
|           | Aufgaben  | 273        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                           | 275        |
| <b>9</b>  | <b>Potenzreihen – Alleskönner unter den Funktionen</b>  | <b>277</b> |
| 9.1       | Definition und Grundlagen                               | 278        |
| 9.2       | Die Darstellung von Funktionen durch Potenzreihen       | 286        |
| 9.3       | Die Exponentialfunktion                                 | 293        |
| 9.4       | Trigonometrische Funktionen                             | 298        |
| 9.5       | Der Logarithmus für komplexe Argumente                  | 305        |
|           | Zusammenfassung   | 309        |
|           | Aufgaben  | 311        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                           | 313        |
| <b>10</b> | <b>Differenzialrechnung-Veränderungen kalkulieren</b>   | <b>315</b> |
| 10.1      | Die Ableitung   | 316        |
| 10.2      | Differenziationsregeln                                  | 327        |
| 10.3      | Verhalten differenzierbarer Funktionen                  | 335        |
| 10.4      | Taylorreihen  | 347        |
| 10.5      | Spline-Interpolation                                    | 362        |
|           | Zusammenfassung   | 367        |
|           | Aufgaben  | 369        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                           | 372        |
| <b>11</b> | <b>Integrale – vom Sammeln und Bilanzieren</b>          | <b>373</b> |
| 11.1      | Das Lebesgue-Integral                                   | 374        |
| 11.2      | Stammfunktionen   | 385        |
| 11.3      | Integrale über unbeschränkte Intervalle oder Funktionen | 391        |
| 11.4      | Geometrische Anwendungen des Integrals                  | 402        |
| 11.5      | Parameterintegrale                                      | 409        |
|           | Zusammenfassung   | 415        |
|           | Aufgaben  | 417        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                           | 420        |

|                                     |   |            |
|-------------------------------------|---|------------|
| <b>12</b>                           | <b>Integrationstechniken – Tipps, Tricks und Näherungsverfahren</b>                 | <b>421</b> |
|                                     | 12.1 Grundtechniken   | 422        |
|                                     | 12.2 Partielle Integration  | 425        |
|                                     | 12.3 Substitutionsmethode   | 429        |
|                                     | 12.4 Integration rationaler Funktionen  | 436        |
|                                     | 12.5 Numerische Integration   | 446        |
|                                     | Zusammenfassung   | 457        |
|                                     | Aufgaben  | 459        |
|                                     | Antworten zu den Selbstfragen   | 461        |
| <b>13</b>                           | <b>Differenzialgleichungen – Zusammenspiel von Funktionen und ihren Ableitungen</b> | <b>463</b> |
|                                     | 13.1 Begriffsbildungen  | 464        |
|                                     | 13.2 Numerische Lösungsmethoden   | 477        |
|                                     | 13.3 Analytische Lösungsmethoden  | 482        |
|                                     | 13.4 Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung                                | 490        |
|                                     | Zusammenfassung   | 505        |
|                                     | Aufgaben  | 507        |
|                                     | Antworten zu den Selbstfragen   | 510        |
| <br><b>Teil III Lineare Algebra</b> |   |            |
| <b>14</b>                           | <b>Lineare Gleichungssysteme – Grundlage der linearen Algebra</b>                   | <b>513</b> |
|                                     | 14.1 Erste Lösungsversuche  | 514        |
|                                     | 14.2 Das Lösungsverfahren von Gauß und Jordan                                       | 519        |
|                                     | 14.3 Das Lösungskriterium und Anwendungen   | 526        |
|                                     | 14.4 Numerische Lösungsmethoden linearer Gleichungssysteme                          | 532        |
|                                     | Zusammenfassung   | 536        |
|                                     | Aufgaben  | 538        |
|                                     | Antworten zu den Selbstfragen   | 540        |
| <b>15</b>                           | <b>Vektorräume – Schauplätze der linearen Algebra</b>                               | <b>541</b> |
|                                     | 15.1 Der Vektorraumbegriff  | 542        |
|                                     | 15.2 Beispiele von Vektorräumen   | 549        |
|                                     | 15.3 Untervektorräume   | 551        |
|                                     | 15.4 Basis und Dimension  | 553        |
|                                     | 15.5 Affine Teilräume   | 562        |
|                                     | Zusammenfassung   | 567        |
|                                     | Aufgaben  | 569        |
|                                     | Antworten zu den Selbstfragen   | 572        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>16</b> | <b>Matrizen und Determinanten – Zahlen in Reihen und Spalten</b>                       | <b>573</b> |
|           | 16.1 Addition und Multiplikation von Matrizen  | 574        |
|           | 16.2 Das Invertieren von Matrizen  | 580        |
|           | 16.3 Symmetrische und orthogonale Matrizen   | 586        |
|           | 16.4 Numerische Lösung linearer Gleichungssysteme                                      | 595        |
|           | 16.5 Einführung in die Determinanten   | 598        |
|           | 16.6 Definition und Eigenschaften der Determinante                                     | 602        |
|           | 16.7 Anwendungen der Determinante  | 607        |
|           | Zusammenfassung  | 611        |
|           | Aufgaben   | 613        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen  | 615        |
| <b>17</b> | <b>Lineare Abbildungen und Matrizen – abstrakte Sachverhalte in Zahlen ausgedrückt</b> | <b>617</b> |
|           | 17.1 Ein einführendes Beispiel   | 618        |
|           | 17.2 Definition einer linearen Abbildung und Beispiele                                 | 620        |
|           | 17.3 Kern, Bild und die Dimensionsformel   | 626        |
|           | 17.4 Darstellungsmatrizen  | 630        |
|           | 17.5 Basistransformation   | 636        |
|           | 17.6 Determinanten von Endomorphismen  | 638        |
|           | Zusammenfassung  | 641        |
|           | Aufgaben   | 643        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen  | 646        |
| <b>18</b> | <b>Eigenwerte und Eigenvektoren – oder wie man Matrizen diagonalisiert . . . .</b>     | <b>647</b> |
|           | 18.1 Das Diagonalisieren von Matrizen  | 648        |
|           | 18.2 Eigenwerte und Eigenvektoren  | 652        |
|           | 18.3 Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren                                       | 655        |
|           | 18.4 Diagonalisierbarkeit von Matrizen   | 661        |
|           | 18.5 Diagonalisierung symmetrischer und hermitescher Matrizen                          | 666        |
|           | 18.6 Numerische Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren                           | 669        |
|           | 18.7 Die Exponentialfunktion für Matrizen  | 675        |
|           | 18.8 * Die Jordan-Normalform einer Matrix  | 678        |
|           | Zusammenfassung  | 690        |
|           | Aufgaben   | 692        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen  | 694        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>19</b> | <b>Analytische Geometrie – Rechnen statt Zeichnen</b>                         | <b>697</b> |
|           | 19.1 Punkte und Vektoren im Anschauungsraum                                   | 698        |
|           | 19.2 Das Skalarprodukt im Anschauungsraum                                     | 702        |
|           | 19.3 Weitere Vektorverknüpfungen im Anschauungsraum                           | 709        |
|           | 19.4 Wechsel zwischen kartesischen Koordinatensystemen                        | 723        |
|           | Zusammenfassung   | 735        |
|           | Aufgaben  | 736        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen   | 739        |
| <b>20</b> | <b>Euklidische und unitäre Vektorräume – Geometrie in höheren Dimensionen</b> | <b>741</b> |
|           | 20.1 Euklidische Vektorräume  | 742        |
|           | 20.2 Norm, Abstand, Winkel, Orthogonalität                                    | 746        |
|           | 20.3 Orthonormalbasen und orthogonale Komplemente                             | 751        |
|           | 20.4 Numerische Lösung linearer Gleichungssysteme                             | 761        |
|           | 20.5 Unitäre Vektorräume  | 762        |
|           | Zusammenfassung   | 767        |
|           | Aufgaben  | 769        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen   | 771        |
| <b>21</b> | <b>Quadriken – ebenso nützlich wie dekorativ</b>                              | <b>773</b> |
|           | 21.1 Symmetrische Bilinearformen  | 774        |
|           | 21.2 Hermitesche Sesquilinearformen   | 781        |
|           | 21.3 Quadriken und ihre Hauptachsentransformation                             | 785        |
|           | 21.4 Die Singulärwertzerlegung  | 798        |
|           | 21.5 *Die Pseudoinverse einer linearen Abbildung                              | 800        |
|           | Zusammenfassung   | 810        |
|           | Aufgaben  | 812        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen   | 814        |
| <b>22</b> | <b>Tensoren – geschicktes Hantieren mit Indizes</b>                           | <b>815</b> |
|           | 22.1 Einführung in die Tensoralgebra  | 816        |
|           | 22.2 Kartesische Tensoren   | 823        |
|           | Zusammenfassung   | 832        |
|           | Aufgaben  | 834        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen   | 836        |

|  |   |            |
|--|---|------------|
| <b>23</b>  | <b>Lineare Optimierung – ideale Ausnutzung von Kapazitäten</b>      | <b>837</b> |
|  | 23.1 Typische Problemstellungen                                     | 838        |
|  | 23.2 Sonderfälle von Optimierungsproblemen                          | 842        |
|  | 23.3 Definitionen und Theorie                                       | 844        |
|  | 23.4 Wandern von Ecke zu Ecke                                       | 847        |
|  | 23.5 Das Simplexverfahren   | 852        |
|  | Zusammenfassung   | 858        |
|  | Aufgaben  | 860        |
|  | Antworten zu den Selbstfragen                                       | 863        |
| <br>   |   |            |
| <b>Teil IV Analysis mehrerer reeller Variablen</b> |   |            |
| <b>24</b>  | <b>Funktionen mehrerer Variablen – Differenzieren im Raum</b>       | <b>867</b> |
|  | 24.1 Wozu Funktionen von mehreren Variablen?                        | 868        |
|  | 24.2 Stetigkeit   | 872        |
|  | 24.3 Partielle Ableitungen und Differenzierbarkeit                  | 876        |
|  | 24.4 Funktionen $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{M}^m$             | 890        |
|  | 24.5 Der Hauptsatz über implizite Funktionen                        | 897        |
|  | 24.6 Extremwertaufgaben   | 903        |
|  | Zusammenfassung   | 910        |
|  | Aufgaben  | 913        |
|  | Antworten zu den Selbstfragen                                       | 916        |
| <b>25</b>  | <b>Gebietsintegrale – das Ausmessen von Körpern</b>                 | <b>917</b> |
|  | 25.1 Definition und Eigenschaften                                   | 918        |
|  | 25.2 Volumen, Masse und Schwerpunkt                                 | 929        |
|  | 25.3 Die Transformationsformel                                      | 934        |
|  | 25.4 Wichtige Koordinatensysteme                                    | 939        |
|  | Zusammenfassung   | 948        |
|  | Aufgaben  | 950        |
|  | Antworten zu den Selbstfragen                                       | 953        |
| <b>26</b>  | <b>Kurven und Flächen – von Krümmung, Torsion und Längenmessung</b> | <b>955</b> |
|  | 26.1 Ebene Kurven   | 956        |
|  | 26.2 Die Bogenlänge von Kurven                                      | 961        |
|  | 26.3 Die Krümmung ebener Kurven                                     | 964        |
|  | 26.4 Raumkurven   | 967        |
|  | 26.5 Darstellung von Flächen  | 974        |
|  | 26.6 Basissysteme krummliniger Koordinaten                          | 978        |
|  | Zusammenfassung   | 986        |
|  | Aufgaben  | 988        |
|  | Antworten zu den Selbstfragen                                       | 991        |



|                               |   |             |
|-------------------------------|---|-------------|
| <b>27</b>                     | <b>Vektoranalysis – von Quellen und Wirbeln</b>   | <b>993</b>  |
|                               | 27.1 Skalar- und Vektorfelder   | 994         |
|                               | 27.2 Differenzialoperatoren   | 996         |
|                               | 27.3 Kurvenintegrale  | 1008        |
|                               | 27.4 Oberflächenintegrale   | 1015        |
|                               | 27.5 Integralsätze  | 1017        |
|                               | 27.6 Differenzialoperatoren in krummlinigen Koordinaten                                     | 1025        |
|                               | Zusammenfassung   | 1031        |
|                               | Aufgaben  | 1034        |
|                               | Antworten zu den Selbstfragen   | 1038        |
| <b>28</b>                     | <b>Differenzialgleichungssysteme – ein allgemeiner Zugang zu Differenzialgleichungen</b>    | <b>1039</b> |
|                               | 28.1 Definition und qualitatives Lösungsverhalten   | 1040        |
|                               | 28.2 Existenz von Lösungen  | 1045        |
|                               | 28.3 *Die Herleitung des Satzes von Picard-Lindelöf   | 1051        |
|                               | 28.4 Die Lösung linearer Differenzialgleichungssysteme                                      | 1056        |
|                               | 28.5 Numerische Verfahren für Anfangswertprobleme: Konvergenz,<br>Konsistenz und Stabilität | 1066        |
|                               | 28.6 Randwertprobleme: Theorie und numerische Verfahren                                     | 1071        |
|                               | Zusammenfassung   | 1081        |
|                               | Aufgaben  | 1083        |
|                               | Antworten zu den Selbstfragen   | 1086        |
| <b>29</b>                     | <b>Partielle Differenzialgleichungen – Modelle von Feldern und Wellen</b>                   | <b>1089</b> |
|                               | 29.1 Klassifizierung partieller Differenzialgleichungen                                     | 1090        |
|                               | 29.2 Separationsansätze   | 1098        |
|                               | 29.3 Quasilineare partielle Differenzialgleichungen erster Ordnung                          | 1105        |
|                               | 29.4 Potenzialtheorie   | 1111        |
|                               | 29.5 Die Methode der finiten Elemente   | 1117        |
|                               | Zusammenfassung   | 1125        |
|                               | Aufgaben  | 1128        |
|                               | Antworten zu den Selbstfragen   | 1131        |
| <b>Teil V Höhere Analysis</b> |   |             |
| <b>30</b>                     | <b>Fouriertheorie – von schwingenden Saiten</b>   | <b>1135</b> |
|                               | 30.1 Trigonometrische Polynome  | 1136        |
|                               | 30.2 Approximation im quadratischen Mittel  | 1139        |
|                               | 30.3 Fourierreihen  | 1146        |

|  |             |
|--|-------------|
| 30.4 Die diskrete Fouriertransformation                                  | 1157        |
| Zusammenfassung  | 1165        |
| Aufgaben   | 1167        |
| Antworten zu den Selbstfragen  | 1169        |
| <b>31 Funktionalanalysis – Operatoren wirken auf Funktionen</b>          | <b>1171</b> |
| 31.1 Normierte Räume, Banachräume, Hilberträume                          | 1172        |
| 31.2 Lineare, beschränkte Operatoren und Funktionale                     | 1179        |
| 31.3 Funktionale und Distributionen                                      | 1185        |
| 31.4 Operatoren in Hilberträumen   | 1193        |
| 31.5 * Approximation von Operatoren                                      | 1199        |
| Zusammenfassung  | 1202        |
| Aufgaben   | 1205        |
| Antworten zu den Selbstfragen  | 1207        |
| <b>32 Funktionentheorie – von komplexen Zusammenhängen</b>               | <b>1209</b> |
| 32.1 Komplexe Funktionen und Differenzierbarkeit                         | 1210        |
| 32.2 Komplexe Kurvenintegrale  | 1222        |
| 32.3 Laurent-Reihen und Residuensatz                                     | 1234        |
| Zusammenfassung  | 1246        |
| Aufgaben   | 1249        |
| Antworten zu den Selbstfragen  | 1252        |
| <b>33 Integraltransformationen – Multiplizieren statt Differenzieren</b> | <b>1253</b> |
| 33.1 Transformation von Funktionen                                       | 1254        |
| 33.2 Die Laplacetransformation   | 1257        |
| 33.3 Die Fouriertransformation   | 1271        |
| Zusammenfassung  | 1285        |
| Aufgaben   | 1287        |
| Antworten zu den Selbstfragen  | 1289        |
| <b>34 Spezielle Funktionen – nützliche Helfer</b>                        | <b>1291</b> |
| 34.1 Die Gammafunktion   | 1292        |
| 34.2 Differenzialgleichungen aus Separationsansätzen                     | 1294        |
| 34.3 Das Sturm-Liouville-Problem   | 1296        |
| 34.4 Orthogonalpolynome und Kugelfunktionen                              | 1298        |
| 34.5 Zylinderfunktionen  | 1305        |
| Zusammenfassung  | 1308        |
| Aufgaben   | 1311        |
| Antworten zu den Selbstfragen  | 1313        |

|                |  |             |
|----------------|--|-------------|
| <b>35</b>      | <b>Optimierung und Variationsrechnung – Suche nach dem Besten</b>            | <b>1315</b> |
| 35.1           | Optimierungsaufgaben   | 1316        |
| 35.2           | Optimierung unter Nebenbedingungen   | 1323        |
| 35.3           | Variationsrechnung   | 1327        |
| 35.4           | Numerische Verfahren zur Optimierung   | 1336        |
|                | Zusammenfassung  | 1347        |
|                | Aufgaben   | 1349        |
|                | Antworten zu den Selbstfragen  | 1351        |
| <br>           |  |             |
| <b>Teil VI</b> | <b>Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik</b>                              |             |
| <b>36</b>      | <b>Deskriptive Statistik – wie man Daten beschreibt</b>                      | <b>1355</b> |
| 36.1           | Grundbegriffe  | 1356        |
| 36.2           | Darstellungsformen   | 1358        |
| 36.3           | Lageparameter  | 1365        |
| 36.4           | Streuungsparameter   | 1374        |
| 36.5           | Strukturparameter  | 1380        |
| 36.6           | Mehrdimensionale Verteilungen  | 1382        |
|                | Zusammenfassung  | 1394        |
|                | Aufgaben   | 1397        |
|                | Antworten zu den Selbstfragen  | 1400        |
| <b>37</b>      | <b>Wahrscheinlichkeit – die Gesetze des Zufalls</b>                          | <b>1401</b> |
| 37.1           | Wahrscheinlichkeits-Axiomatik  | 1402        |
| 37.2           | Die bedingte Wahrscheinlichkeit  | 1409        |
| 37.3           | Die stochastische Unabhängigkeit   | 1414        |
| 37.4           | Kombinatorik   | 1416        |
|                | Zusammenfassung  | 1421        |
|                | Aufgaben   | 1423        |
|                | Antworten zu den Selbstfragen  | 1427        |
| <b>38</b>      | <b>Zufällige Variable – der Zufall betritt den <math>\mathbb{R}^1</math></b> | <b>1429</b> |
| 38.1           | Der Begriff der Zufallsvariablen   | 1430        |
| 38.2           | Erwartungswert und Varianz einer zufälligen Variablen                        | 1438        |
| 38.3           | Das Gesetz der großen Zahlen und der Hauptsatz der Statistik                 | 1444        |
| 38.4           | Mehrdimensionale zufällige Variable  | 1450        |
|                | Zusammenfassung  | 1456        |
|                | Aufgaben   | 1459        |
|                | Antworten zu den Selbstfragen  | 1462        |

|           |   |             |
|-----------|---|-------------|
| <b>39</b> | <b>Spezielle Verteilungen – Modelle des Zufalls</b>       | <b>1463</b> |
| 39.1      | Spezielle diskrete Verteilungsmodelle                     | 1464        |
| 39.2      | Stetige Verteilungen                                      | 1474        |
| 39.3      | Die Normalverteilungsfamilie                              | 1483        |
|           | Zusammenfassung   | 1499        |
|           | Aufgaben  | 1502        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                             | 1505        |
| <b>40</b> | <b>Schätz- und Testtheorie – Bewerten und Entscheiden</b> | <b>1507</b> |
| 40.1      | Grundaufgaben der induktiven Statistik                    | 1508        |
| 40.2      | Die Likelihood und der Maximum-Likelihood-Schätzer        | 1510        |
| 40.3      | Die Güte einer Schätzung                                  | 1518        |
| 40.4      | Konfidenzintervalle                                       | 1522        |
| 40.5      | Grundprinzipien der Testtheorie                           | 1530        |
|           | Zusammenfassung   | 1538        |
|           | Aufgaben  | 1541        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                             | 1544        |
| <b>41</b> | <b>Lineare Regression – die Suche nach Abhängigkeiten</b> | <b>1545</b> |
| 41.1      | Die Ausgleichsgeraden                                     | 1546        |
| 41.2      | Das Regressionsmodell                                     | 1548        |
| 41.3      | Schätzen und Testen im linearen Modell                    | 1553        |
| 41.4      | Die lineare Einfachregression                             | 1560        |
| 41.5      | Fallstricke im linearen Modell                            | 1566        |
|           | Zusammenfassung   | 1573        |
|           | Aufgaben  | 1576        |
|           | Antworten zu den Selbstfragen                             | 1579        |
|           | <b>Hinweise zu den Aufgaben</b>                           | <b>1581</b> |
|           | <b>Lösungen zu den Aufgaben</b>                           | <b>1607</b> |
|           | <b>Bildnachweis</b>                                       | <b>1635</b> |
|           | <b>Symbolglossar</b>                                      | <b>1637</b> |
|           | <b>Sachverzeichnis</b>                                    | <b>1647</b> |