

Jürgen Tietze

# Einführung in die Finanzmathematik

Klassische Verfahren und neuere Entwicklungen:  
Effektivzins- und Renditeberechnung,  
Investitionsrechnung, Derivative Finanzinstrumente

11., aktualisierte Auflage

Mit über 500 Übungsaufgaben

STUDIUM



# Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen, Variablenamen	X
<b>1 Voraussetzungen und Hilfsmittel</b>	<b>1</b>
1.1 Prozentrechnung	1
1.2 Lineare (einfache) Verzinsung	17
1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung	18
1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei linearer Verzinsung)	26
1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin	38
1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung	46
<b>2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)</b>	<b>51</b>
2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung	51
2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen)	62
2.3 Unterjährige Verzinsung	75
2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung	75
2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite	82
2.3.3 Gemischte Verzinsung	85
2.3.4 Stetige Verzinsung	88
2.4 Inflation und Verzinsung	93
2.4.1 Inflation	93
2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/ Inflation	96
<b>3 Rentenrechnung</b>	<b>101</b>
3.1 Vorbemerkungen	101
3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen	102
3.3 Vor- und nachschüssige Renten	106
3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben	109
3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz	118
3.6 Ewige Renten	121
3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen	126
3.8 Auseinanderfallen von Ratetermin und Zinszuschlagtermin	132
3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode	133
3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode	136
3.8.2.1 ICMA - Methode („internationale Methode“)	136
3.8.2.2 US-Methode	138
3.8.2.3 „360-Tage-Methode“	139

3.9	Renten mit veränderlichen Raten . . . . .	149
3.9.1	Arithmetisch veränderliche Renten . . . . .	149
3.9.2	Geometrisch veränderliche Renten . . . . .	155
3.9.2.1	Grundlagen . . . . .	155
3.9.2.2	Geometrisch steigende Renten - Kompensation von Preissteigerungen	159
3.9.2.3	Zusammenfassung . . . . .	161
3.9.3	Veränderliche unterjährig zahlbare Renten . . . . .	165
<b>Tilgungsrechnung . . . . .</b>		<b>173</b>
4.1	Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto . . . . .	173
4.2	Tilgungsarten . . . . .	181
4.2.1	Allgemeine Tilgungsschuld . . . . .	181
4.2.2	Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung . . . . .	184
4.2.3	Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung . . . . .	185
4.2.4	Ratentilgung (Ratenschuld) . . . . .	186
4.2.5	Annuitätentilgung (Annuitätenschuld) . . . . .	187
4.2.5.1	Annuitätenkredit - Standardfall . . . . .	187
4.2.5.2	Annuitätenkredit - Ergänzungen . . . . .	193
4.2.5.3	Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio . . . . .	198
4.2.5.4	Exkurs: Tilgungsstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungsstreckungs- darlehen, Stückelung . . . . .	203
4.3	Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen . . . . .	212
4.3.1	Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode) . . . . .	213
4.3.2	Kontoführungsmethode 2 (Braess) . . . . .	214
4.3.3	Kontoführungsmethode 3 (US) . . . . .	215
4.3.4	Kontoführungsmethode 4 (ICMA) . . . . .	217
4.4	Nachschüssige Tilgungsverrechnung . . . . .	220
<b>Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik . . . . .</b>		<b>225</b>
5.1	Grundlagen . . . . .	225
5.1.1	Der Effektivzinzbegriff . . . . .	225
5.1.2	Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz . . . . .	230
5.2	Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen . . . . .	234
5.2.1	Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten . . . . .	234
5.2.2	Exkurs: Disagioerstattung . . . . .	245
5.2.3	Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom	246
5.3	Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	253
5.3.1	2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung . . . . .	253
5.3.2	Die Berechnung von $i_{\text{eff}}$ : Anwendungen des 2-Phasen-Plans - Variationen eines Basis-Kredits . . . . .	260
5.3.3	Effektiververzinsung und unterjährige Zahlungen - ausgewählte Probleme . . . . .	273
5.3.3.1	Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen . . . . .	274
5.3.3.2	Tilgungsstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen . . . . .	279
5.3.3.3	Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	283
5.3.3.4	Effektiververzinsung von Ratenkrediten . . . . .	284
5.3.3.5	Anlageformen mit unterjährigen Leistungen - Beispiel Bonussparen	288
5.3.3.6	Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	292
5.4	Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode . . . . .	297

<b>6</b>	<b>Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere</b> . . . . .	<b>307</b>
6.1	Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung . . . . .	307
6.2	Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten . . . . .	313
6.3	Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten - Stückzinsen und Börsenkurs. . . . .	316
<b>7</b>	<b>Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse — das Duration-Konzept</b> . . . . .	<b>321</b>
7.1	Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen . . . . .	322
7.2	Die Duration von Standard-Anleihen - Berechnungsverfahren und Einflussgrößen... . . . .	328
7.3	Die immunisierende Eigenschaft der Duration . . . . .	339
7.4	Duration und Convexity . . . . .	345
<b>8</b>	<b>Exkurs: Derivative Finanzinstrumente — Futures und Optionen</b> . . . . .	<b>351</b>
8.1	Termingeschäfte: Futures und Optionen - ein Überblick . . . . .	352
8.2	Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf . . . . .	353
8.3	Optionen: Basisformen . . . . .	359
8.4	Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen . . . . .	367
8.5	Spreads . . . . .	372
8.6	Straddles . . . . .	377
8.7	Strangles / Combinations . . . . .	379
8.8	Einführung in die Optionspreisbewertung . . . . .	381
<b>9</b>	<b>Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung</b> . . . . .	<b>395</b>
9.1	Vorbemerkungen . . . . .	395
9.2	Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition . . . . .	397
9.3	Interner Zinssatz einer Investition - Vorteilhaftigkeitskriterien . . . . .	404
	<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	<b>421</b>
	<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	<b>425</b>